

MODELAÇÃO EMPÍRICA DA FORMA PLANA DE PRAIAS: DOIS CASOS DE ESTUDO

Filipa S. B. F. OLIVEIRA

Doutora em Engenharia Costeira, LNEC, Av. do Brasil, 1700-066, Lisboa, foliveira@lnec.pt

RESUMO

Analisou-se a forma plana de duas praias portuguesas, uma na costa oeste (praia da baía de Espinho) e outra na costa sul (praia do Zavial), com uma característica comum, que é estarem parcialmente protegidas, por um molhe e um promontório respectivamente, da acção directa das ondas predominantes. Nesta zona de sombra, a forma plana das praias adquire uma curvatura governada por um ponto de difracção. Aplicaram-se três modelos matemáticos empíricos de análise e previsão da forma plana de praias nestas condições: um modelo de espiral logarítmica, um modelo parabólico, e um modelo hiperbólico tangencial. Os parâmetros observados e calculados com cada modelo, para cada praia, são apresentados neste artigo, assim como a configuração geométrica analítica da linha de água. Os resultados mostram uma boa adaptação das curvas analíticas à geometria da linha de água extraída de fotografias aéreas. Concluiu-se que um bom ajuste da curva analítica à forma plana da praia não é critério suficiente de garantia da estabilidade da praia caso esta não constitua um sistema fechado.

Palavras-chave: Modelo matemático empírico, forma plana da praia, praia encaixada, morfodinâmica costeira.

1 INTRODUÇÃO

A análise da forma plana de praias encaixadas e semi-encaixadas permitiu desenvolver modelos matemáticos empíricos baseados em equações que descrevem a geometria plana da praia, ou seja, a configuração geométrica da sua linha de água. Estes modelos são simples e de prática aplicação em problemas de engenharia costeira. O principal objectivo deste artigo é alertar a comunidade técnica para certos aspectos que podem induzir à incorrecta interpretação dos resultados destes modelos.

As **praias encaixadas** entre promontórios, naturais ou artificiais, apresentam uma geometria plana característica, em forma de concha, consequência da difracção das ondas. Esta forma em planta pode ser estudada considerando separadamente dois trechos, cada um associado a uma extremidade da praia, que se desenvolvem desde uma zona rectilínea até à zona mais abrigada pelo promontório, onde se verifica a maior curvatura. As **praias semi-encaixadas** estão abrigadas por apenas um promontório e caracterizam-se por terem uma forma assimétrica, equivalente a um dos dois trechos das praias encaixadas, constituída por uma zona de sombra próxima do promontório, protegida da acção directa das ondas e fortemente curvada, e a outra extremidade relativamente rectilínea (Figura 1).

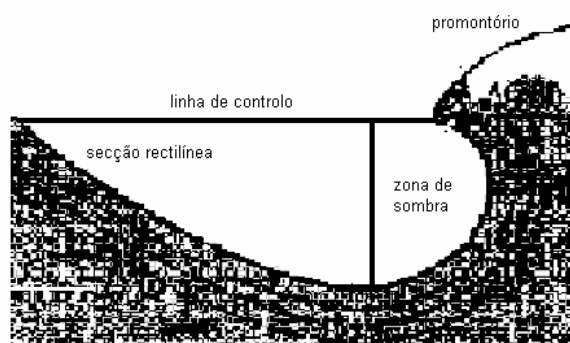


Figura 1 – Esquema da forma plana de uma praia semi-encaixada.

As praias encaixadas onde não ocorre fuga de sedimentos para o exterior (por exemplo, devido a correntes de retorno) podem encontrar-se em equilíbrio estático ou em equilíbrio dinâmico. Na primeira situação, praias em **equilíbrio estático**, a secção rectilínea da praia mantém-se perpendicular à direcção predominante das ondas nessa ante-região. Nestas condições, as ondas rebentam simultaneamente ao longo de toda a periferia da praia. Este estado supõe uma componente longitudinal da energia das ondas nula, e assim, uma ausência de corrente litoral dentro da baía. Consequentemente, o transporte longitudinal é nulo. Na segunda situação, **praias em equilíbrio dinâmico**, as praias têm uma morfologia mais complexa de prever porque, apesar do balanço sedimentar total ser nulo, ocorre uma deslocação de sedimento ao longo da praia resultante da acção da componente longitudinal da energia das ondas. Nestas condições ocorre transporte longitudinal, cujo impacto mais significativo é a variação da largura da parte emersa dos extremos da praia (aumento e diminuição consoante o sentido do transporte longitudinal). Apenas para as praias que apresentam equilíbrio estático é possível relacionar a sua forma plana com a direcção da onda predominante.

No presente estudo realizou-se a análise da forma plana de duas praias da costa Portuguesa: a praia da baía de Espinho (com cerca de 600 m de comprimento), que constitui o trecho norte da praia de Espinho (com cerca de 1200 m de comprimento), na costa oeste central de Portugal, limitada artificialmente por esporões, exposta a um regime de agitação marítima bastante energético; e a praia

do Zavial, aproximadamente com o mesmo comprimento (600 m), na costa sul de Portugal, contida entre dois promontórios sendo, desta forma, as condições geomorfológicas locais que determinam a sua condição de praia encaixada, exposta a um regime de agitação marítima mais moderado do que o incidente na praia de Espinho (Figura 2).



Figura 2 – Localização dos casos de estudo: praia de Espinho e praia do Zavial (fotografias aéreas oblíquas propriedade da GeoPlaneta, S.A.).

Aplicaram-se três modelos matemáticos (BARREIRO e OLIVEIRA, 2004) para avaliar a forma plana das duas praias: um modelo baseado na formulação espiral logarítmica (KRUMBEIN, 1944 e YASSO, 1965), doravante nomeado Modelo Espiral Logarítmica (MEL); um modelo baseado na formulação parabólica (HSU e EVANS, 1989), doravante nomeado Modelo Parabólico (MP); e um modelo baseado na formulação hiperbólica tangencial (MORENO e KRAUS, 1999), doravante nomeado Modelo Hiperbólico Tangencial (MHT). BARREIRO e OLIVEIRA (2004) realizaram recentemente um estudo mais aprofundado sobre a derivação destes modelos e a sua aplicação a nível mundial. Assim, aqui apresentam-se apenas as formulações governantes e destacam-se as vantagens e inconvenientes destes três modelos matemáticos.

O MEL baseia-se na seguinte equação espiral logarítmica, em coordenadas polares:

$$R = R_0 \cdot e^{\theta \cdot \cot \alpha} \quad (1)$$

onde R_0 é o raio que une o centro e a origem da espiral logarítmica, θ é o ângulo entre os raios R e R_0 (para $R > R_0$) e α é o ângulo constante entre cada raio R e a tangente à curva nesse ponto (Figura 3).

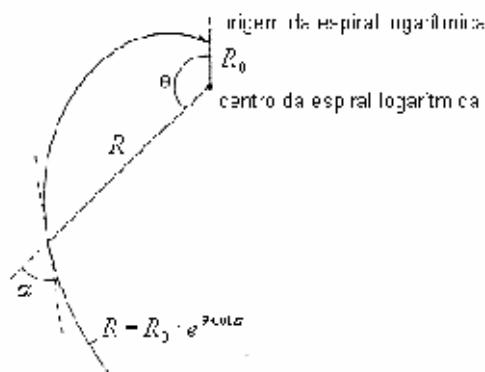


Figura 3 – Esquema de definição dos parâmetros do MEL.

Esta formulação apresenta alguns inconvenientes (limitações). YASSO (1965) revelou um deles, que é o centro da espiral logarítmica, que define R_0 , nem sempre corresponder ao ponto de difracção. Nos casos estudados pelo autor, o centro da espiral logarítmica e o ponto de difracção apresentaram afastamentos que variam entre 0.3 a 2000 m. Outra limitação desta formulação é o facto de as características das ondas incidentes não serem levadas em consideração. Para além disso, o facto de ser uma expressão exponencial faz com que uma mínima variação do ângulo θ mude muito a forma da curva.

A partir de ensaios realizados por VICHETPAN (1969), SILVESTER (1970) analisou a influência da direcção de incidência da onda predominante na formulação espiral logarítmica. O autor mostrou que para cada valor de β , ângulo entre a linha de controlo (linha que une o centro da espiral com o ponto onde se inicia a parte rectilínea da praia) e a direcção predominante de onda, existe um valor para R/R_0 e α , como se mostra Figura 4.

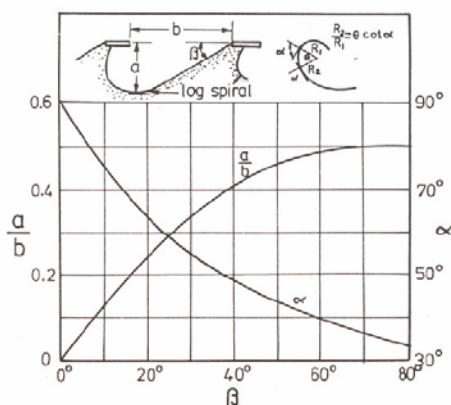


Figura 4 - Relação entre os parâmetros α e β (SILVESTER, 1970).

Mais tarde, HSU *et al.* (1987) verificaram que o afastamento entre o centro da espiral e o ponto de difracção da onda incidente acentua-se para pequenos valores de β .

Em síntese, esta formulação só deverá ser aplicada na zona de sombra da praia, isto é, na zona protegida pelo promontório, uma vez que na zona rectilínea a curva tende a afastar-se da linha de água. Segundo opinião de outros autores, a baía adopta a forma de espiral logarítmica inclusivamente ainda antes de atingir a forma de equilíbrio, pelo que esta formulação não deverá ser utilizada como critério de verificação de estabilidade.

O MP baseia-se na seguinte equação parabólica, em coordenadas polares:

$$\frac{R}{R_0} = C_0 + C_1 \cdot \left(\frac{\beta}{\theta}\right) + C_2 \cdot \left(\frac{\beta}{\theta}\right)^2, \quad (2)$$

onde C_0 , C_1 e C_2 são coeficientes definidos empiricamente, β é o ângulo formado pela direcção da onda predominante e a linha de controlo e R_0 é o comprimento da linha que une o ponto de controlo com o ponto de referência. Os coeficientes C_0 , C_1 e C_2 são deduzidos em função de β , tal como obtido por SILVESTER e HSU (1993). A maioria das praias encaixadas apresentam valores de β entre 20° e 80°.

A vantagem desta formulação em relação à anterior é que os três coeficientes necessários para definir a parábola são função do ângulo entre a direcção predominante das ondas incidentes e a linha de controlo, sendo esta a que une o ponto de difracção com o ponto de referência, que separa a zona curva da rectilínea na forma de equilíbrio (Figura 5).

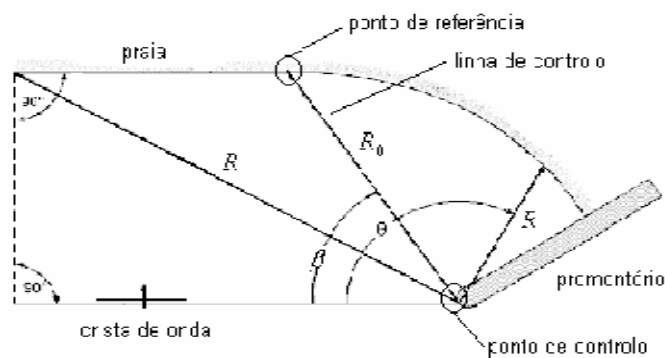


Figura 5 – Esquema de definição dos parâmetros do MP.

SILVESTER e HSU (1993) compararam esta curva analítica com a curva real de uma baía (HO, 1971) e chegaram à conclusão de que a formulação parabólica prevê muito bem a forma plana total da praia, melhor do que a curva espiral logarítmica, que se desviava consideravelmente, sobretudo na zona rectilínea. A comparação entre ambas as formulações e a praia real apresenta-se na Figura 6.

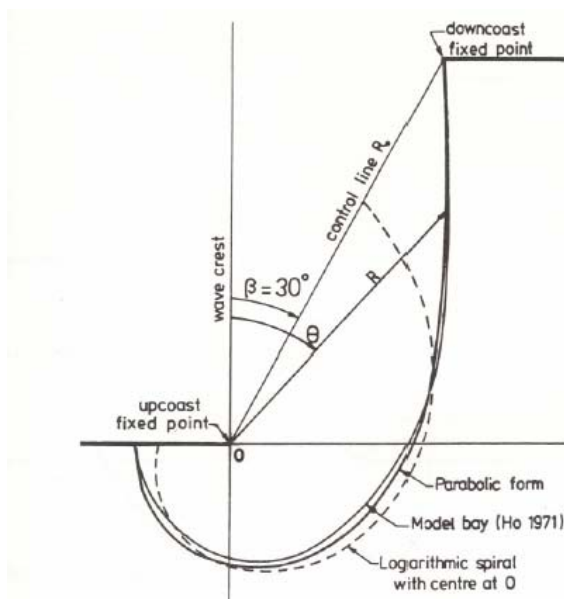


Figura 6 - Comparação entre as curvas parabólica e espiral logarítmica e a geometria plana de uma praia real (HO, 1971).

O MHT baseia-se na seguinte equação em coordenadas cartesianas:

$$y = \pm a \cdot \tanh^m(b \cdot x), \quad (3)$$

onde y é a distância normal à costa, x é a distância ao longo da praia e a , b e m são coeficientes determinados empiricamente. MORENO e KRAUS (1999) recomendam que a origem relativa do sistema deve coincidir com o ponto onde a tangente à linha de costa seja perpendicular à tendência geral da praia. O eixo x deve ser paralelo à tendência geral da linha de costa e o eixo y deve apontar para o mar. Estas recomendações fazem com que a formulação proposta seja mais intuitiva e simplifique o ajuste da curva na praia. Os parâmetros a , b e m controlam as características morfológicas da curva. O parâmetro a (unidade de comprimento) controla a magnitude da assíntota, isto é, a distância entre o eixo x e a assíntota, que é paralela a este eixo. O parâmetro b (unidade 1/comprimento) é um factor de escala que controla a aproximação ao limite assintótico e, por último, o parâmetro m (adimensional) controla a curvatura da linha na zona próxima ao promontório, zona onde a linha atinge maior curvatura. Este último parâmetro controla a inclinação da hipérbole na origem de coordenadas relativas segundo as relações:

se $m < 1$, a inclinação é infinita e fornece um ponto de simetria;

se $m = 1$, a inclinação é $\pm a \cdot b$; e

se $m > 1$, a inclinação é zero.

Uma vez que os valores maiores de m ($m > 1$) produzem uma forma rectangular pouco realista e os valores mais pequenos dão lugar a formas mais arredondadas, em aplicações da formulação m deve ser inferior à unidade ($m < 1$).

Esta formulação foi desenvolvida mais recentemente (MORENO e KRAUS, 1999), como alternativa às anteriores e com o intuito de resolver os problemas de ambiguidade na definição dos parâmetros que as governam, principalmente o ponto de difracção e o ângulo entre a direcção predominante de onda e a linha de controlo, e de simplificar o ajuste da forma de equilíbrio.

2 CASOS DE ESTUDO: RESULTADOS DA MODELAÇÃO E ANÁLISE

As praias de Espinho e do Zavial possuem uma dinâmica hidro-sedimentar distinta pelo facto de estarem expostas a regimes de agitação reconhecidamente diferentes, sendo a energia das ondas incidente na costa oeste significativamente mais elevada do que a incidente na costa sul de Portugal. Contudo, elas têm uma característica hidrodinâmica comum, que é serem controladas por um ponto de difracção, sob acção da onda predominante, localizado: na cabeça do molhe do extremo norte da praia, no caso da praia da baía de Espinho; e na ponta do promontório (Ponta da Fisga) do extremo oeste da praia, no caso da praia do Zavial. Este facto foi usado como princípio na aplicação dos modelos.

Aplicaram-se os três modelos matemáticos com base no seguinte procedimento: recolha e processamento de dados; determinação dos parâmetros dependentes de dados locais; execução do modelo, ou seja, resolução da equação governante; e processamento dos resultados. A validação dos resultados, ou seja, a verificação da curva analítica contra a forma plana real das praias, foi realizada através de fotografias aéreas rectificadas, do Verão de 1995, disponibilizadas pelo Centro Nacional de Informação Geográfica. Nas Figuras 7 e 8, à escala 1:15625, mostram-se os resultados obtidos para as praias da baía de Espinho e do Zavial, respectivamente, no total das seis aplicações. Apresentam-se à direita de cada foto aérea, os parâmetros do respectivo modelo: os observados e os calculados.

a)



$$\alpha = 45^\circ$$

$$R_0 = 180 \text{ m}$$

b)



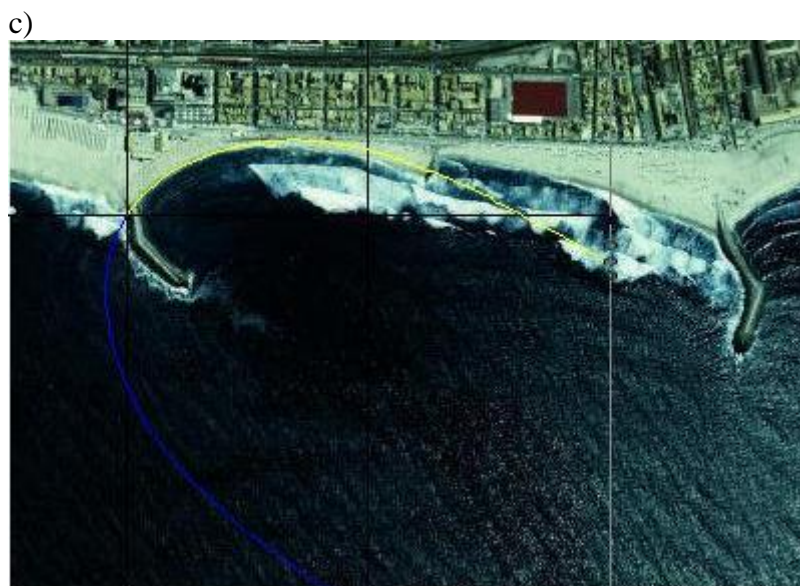
$$\beta = 42^\circ$$

$$R_0 = 524 \text{ m}$$

$$C_0 = -0.011062$$

$$C_1 = 1.350184$$

$$C_2 = -0.362030$$



$$a = 488$$

$$b = 0.0026$$

$$m = 0.5$$

Figura 7 – Forma plana da praia da baía de Espinho. Resultados numéricos: a) MEL; b) MP; e c) MHL.



$$\alpha = 20^\circ$$

$$R_0 = 180 \text{ m}$$

b)

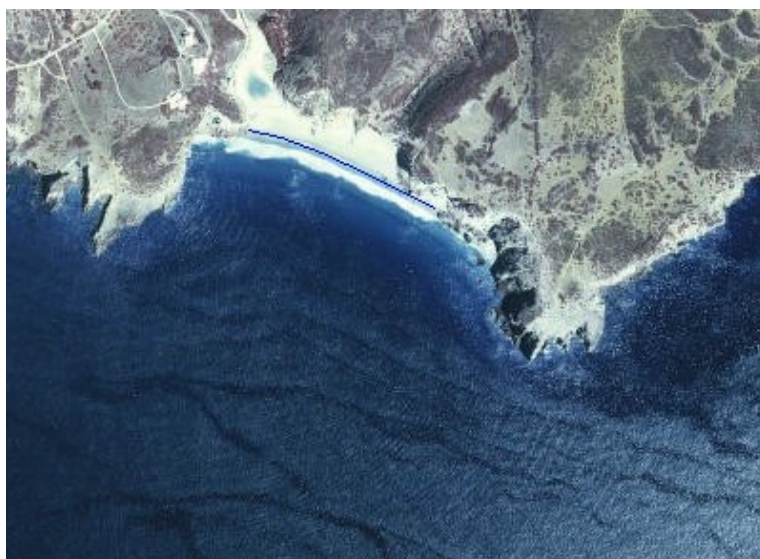
$$\beta = 27^\circ$$

$$R_0 = 625 \text{ m}$$

$$C_0 = 0.051318$$

$$C_1 = 1.074019$$

$$C_2 = -0.153406$$



c)



$$a = 488$$

$$b = 0.00095$$

$$m = 0.5$$

Figura 8 – Forma plana da praia do Zavial. Resultados numéricos: a) MEL; b) MP; e c) MHL.

Observa-se que, no geral, existe um bom ajuste das curvas analíticas à forma plana de ambas as praias em todas as aplicações, ou seja, com os três modelos. De facto, optou-se por apresentar os resultados de cada modelo separadamente porque as curvas analíticas são praticamente coincidentes, ou seja, as pequenas diferenças são imperceptíveis à escala das fotos aéreas.

A praia de Espinho está limitada por esporões invulgarmente longos (esporão norte: 380 m; esporão sul: 440 m) e dividida a meio por um esporão mais curto, que lhe garante uma largura de praia emersa mínima nesse local. Apesar do grande comprimento dos esporões, continua a ocorrer transposição de areia na frente deles (OLIVEIRA *et al.*, 2000), uma vez que, sendo o regime de agitação marítima bastante energético, a largura da zona activa da praia prolonga-se até maiores profundidades do que as da cabeça dos esporões. Estima-se que o saldo do transporte sedimentar nesta zona da costa oeste é aproximadamente 1 milhão m³/ano, dirigido para sul, e que a zona activa da praia se estende desde a linha de água até, aproximadamente, à batimétrica de 10 m de profundidade abaixo do nível médio do mar (com base em resultados obtidos em estudos realizados para outras zonas da costa oeste: OLIVEIRA *et al.* (2002) e OLIVEIRA *et al.* (2004)). Por esta razão a praia de Espinho não constitui um sistema fechado, i.e., ocorrem trocas sedimentares com o exterior.

Assim, apesar da forma plana da praia da baía de Espinho se adaptar bem às curvas analíticas, não se pode concluir que a praia está em equilíbrio permanente. A sua forma plana ajusta-se à geometria de equilíbrio porque a praia está saturada junto ao esporão (mais curto). Caso venha a ocorrer um défice sedimentar, o ponto de referência recua e a praia adquire uma nova forma plana. A análise dos resultados obtidos para este caso de estudo permite verificar que a aplicação destes modelos só deverá ser utilizada como critério de estabilidade num sistema fechado.

Sendo a Ponta da Fisga o promontório (oeste) protector da praia do Zavial, encaixada entre o promontório mencionado e a Ponta da Torre (promontório este), o bom ajuste das curvas analíticas à forma plana da praia induzem concluir sobre o seu equilíbrio. Observa-se ainda que a curvatura junto ao extremo oeste da praia é pequena e que a restante parte da praia é praticamente rectilínea, o que indicia a ocorrência de um processo de difracção pouco acentuado, i.e., a maior parte da praia está sob acção de ondas que nela incidem de forma quase frontal. No entanto, destaca-se que esta configuração geométrica de equilíbrio não é permanente, pois a praia emersa desaparece sob acção de temporais, conforme consta no Sistema Nacional de Informação dos Recursos do Litoral (SNIRLit), no sítio da intranet com o endereço electrónico <http://mapas.inag.pt/snirlit/site/consulta.php?ul=42&ulc=34&praia=-695988549>. Nestas situações, o sedimento é transportado para maiores profundidades em frente à praia, onde se acumula até que, sob acção de ondas menos energéticas, é repostado na parte superior do perfil de praia, que tende a adquirir a sua configuração inicial.

Em síntese, os três modelos resolvem com bom ajuste a forma plana das praias encaixadas que constituem os dois casos de estudo. Contudo, dado que nenhuma das praias constitui um sistema fechado, as curvas analíticas obtidas não correspondem à geometria plana permanente das praias. No entanto, sob a hipótese das condições hidro-sedimentares não se alterarem, os modelos permitem prever com confiança modificações da forma plana da praia resultantes de alterações da posição do ponto de difracção (por exemplo, devido ao prolongamento do molhe oeste na praia da baía de Espinho ou devido ao recuo, por erosão, da arriba que constitui a Ponta da Fisga) que governa a geometria plana da praia na zona adjacente.

3 CONCLUSÕES

Aplicaram-se três modelos matemáticos empíricos da forma plana de praias (modelo de espiral logarítmica, modelo parabólico e modelo hiperbólico tangencial) para analisar duas praias da costa Portuguesa, com o mesmo comprimento mas expostas a regimes de agitação marítima bastante distintos em termos energéticos: a praia da baía de Espinho (costa oeste) e a praia do Zavial (costa sul). Os parâmetros observados e calculados com cada modelo, para cada praia, foram aqui apresentados, assim como a configuração geométrica analítica da linha de água. Os resultados foram verificados contra a forma plana das praias extraída de fotografias aéreas.

Observou-se uma boa adaptação das curvas analíticas resolvidas pelos três modelos à forma plana das duas praias. Dado que nenhuma das duas praias encaixadas constitui um sistema fechado, não é legítimo concluir que pelo facto das praias serem encaixadas são estáveis, nem que a geometria das linhas de água corresponde à forma plana permanente das praias. Uma redução do transporte litoral na costa oeste pode alterar a forma plana da praia da baía de Espinho, enquanto uma alteração do regime de agitação marítima pode não permitir a recuperação natural do perfil da praia do Zavial após a ocorrência de uma tempestade. Conclui-se que a aplicação destes modelos matemáticos empíricos da forma plana da praia como critério de estabilidade tem que ser suportada pelo conhecimento da dinâmica sedimentar local.

Realça-se no entanto que, admitindo continuação das condições de dinâmica sedimentar, a aplicação destes modelos, em ambos os casos de estudo, permite prever as modificações da forma

plana da praia devidas à alteração da posição do seu ponto de controlo (ponto de difracção), que governa a geometria plana da praia na zona de sombra.

Finalmente, comparando a aplicação dos três modelos nestes dois casos de estudo, destaca-se ainda que o modelo parabólico é o modelo mais intuitivo porque: está baseado num parâmetro directamente ligado às características da onda predominante, direcção incidente; e o ponto de controlo é o ponto de difracção das ondas, imediatamente identificável. Embora o modelo hiperbólico tangencial forneça boas soluções (bastante aproximadas) o facto de se basear numa formulação menos intuitiva faz com que o processo iterativo de aproximação da solução que melhor se ajusta seja bastante exaustivo.

BIBLIOGRAFIA

- BARREIRO, O.M.; OLIVEIRA, F.S.B.F. (2005). "Modelação matemática da forma plana de praias encaixadas e semi-encaixadas". Relatório 205/05 - NEC, Laboratório Nacional de Engenharia Civil, Lisboa, Portugal.
- HO, S.K. (1971). "Crenulate shaped bays". Asian. Inst. Tech., Master Eng. Thesis No. 346.
- HSU, J.R.C.; EVANS, C. (1989). "Parabolic bay shapes and applications". Proceedings of the Institute of Civil Engineers, Part 2, 87, pp. 557-570.
- HSU, J.R.C.; SILVESTER, R.; XIA, Y.M. (1987). "New characteristics of equilibrium shaped bays". Proceedings of the 8th Australian Conference on Coastal and Ocean Engineering, pp. 140-144.
- KRUMBEIN, W.C. (1944). "Shore processes and beach characteristics". U.S. Corps of Engrs., Beach Erosion Board, Tech. Mem. No. 3.
- MORENO, L.J.; KRAUS, N.C. (1999). "Equilibrium Shape of Headland-Bay Beaches for Engineering Design". Proceedings, Coastal Sediments '99, ASCE, pp. 860 – 875.
- SILVESTER, R. (1970). "Development of crenulate shaped bays to equilibrium". Journal of Waterways and Harbors Divn., ASCE 96(WW2), pp. 275-287.
- OLIVEIRA, F.S.B.F.; FREIRE, P.M.S.; LARANGEIRO, S.H.C.D. (2002). "Characterisation of the dynamics of Figueira da Foz beach, Portugal". Journal of Coastal Research, No.36, pp. 552-563.
- OLIVEIRA, F.S.B.F.; OLIVEIRA, T.C.A.; SILVA, R.; LARANGEIRO, S.H.C.D. (2004). "Dinâmica sedimentar do trecho litoral Praia da Vieira – Praia Velha. Hidrodinâmica e transporte longitudinal de sedimentos". 7^o Congresso da Água, Lisboa, Portugal, CD-ROM, 15 pp.
- OLIVEIRA, I.B.M.; TEIXEIRA, A.T.; VALLE, A.S. (2000). "West coast of Portugal (Espinho). A comparison between project predictions and reality". Proceedings 27th International Conference on Coastal Engineering, Sydney, Australia, ASCE, Vol. IV, pp. 3552-3565.
- SILVESTER, R.; HSU, J.R.C. (1993). "Coastal Stabilization: Innovative Concepts". Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J.
- VICHETPAN, N. (1969). "Equilibrium shapes of coastline in plan". Asian Inst. of Technology, Bangkok, Master Eng. Thesis No. 280.
- YASSO, W.E. (1965). "Plan geometry of headland bay beaches". Journal of Geology, 73, pp. 702-714.