



ESTIMAÇÃO DE CAUDAIS DE PONTA DE CHEIA EM SITUAÇÃO DE ESCASSEZ DE REGISTOS DE CAUDAIS INSTANTÂNEOS MÁXIMOS ANUAIS

Maria Manuela Portela, mps@civil.ist.utl.pt
José Miguel Delgado, jdelgado@gfz-potsdam.de

- 1 – Antecedentes e objectivo
- 2 – Operador de ordenação
- 3 – Teste do modelo
- 4 – Aplicação a casos de estudo
- 5 – Conclusões



1. Antecedentes

- ✓ **As amostras de caudais instantâneos máximos anuais disponíveis nas estações hidrométricas de Portugal Continental apresentam frequentemente dimensão reduzida, o que introduz incerteza acrescida nas estimativas de caudais de ponta de cheia apoiadas na análise estatística dessas amostras.**



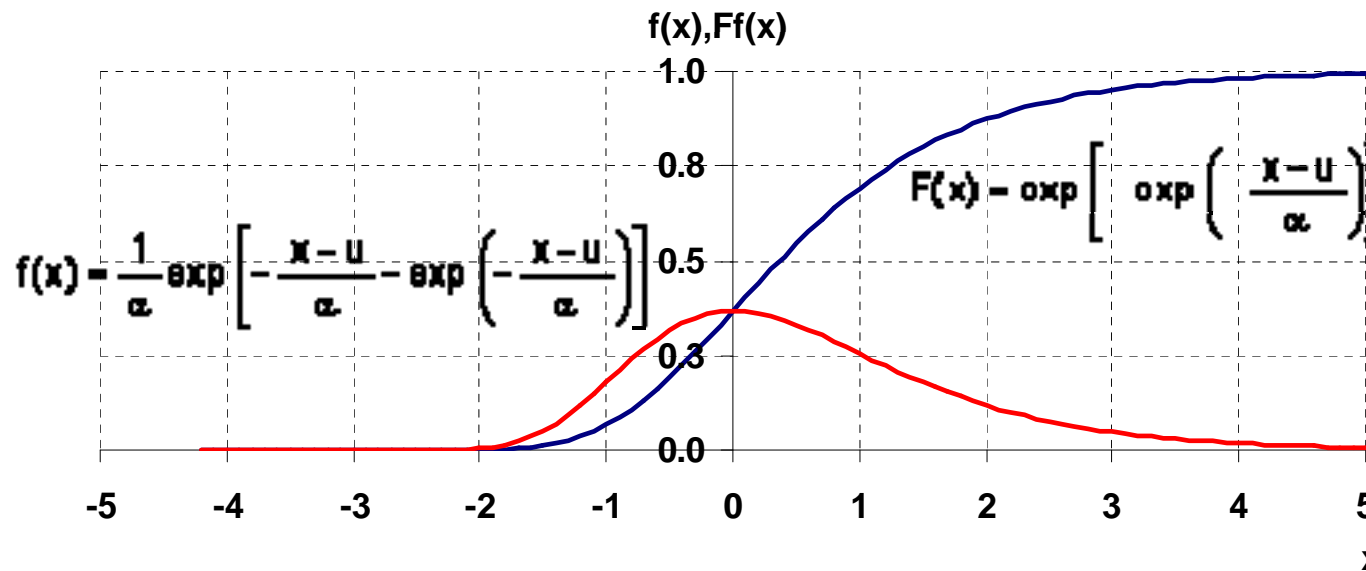
1. Antecedentes

- ✓ As amostras de caudais instantâneos máximos anuais disponíveis nas estações hidrométricas de Portugal Continental apresentam frequentemente dimensão reduzida, o que introduz incerteza acrescida nas estimativas de caudais de ponta de cheia apoiadas na análise estatística dessas amostras.
- ✓ Tendo em vista permitir melhorar as estimativas de caudais de ponta de cheia baseadas na análise estatística aplicada a amostras de reduzida dimensão desenvolveu-se um novo método que actua exclusivamente no cálculo da probabilidade empírica de não-excedência associada aos elementos daquela amostra por meio da consideração do que se designou por um **operador de ordenação, SO (sorting operator)**.



1. Antecedentes (cont)

Para tanto, partiu-se do pressuposto de aplicabilidade da função de distribuição de valores extremos do tipo 1 ou lei de Gumbel, muito frequentemente utilizada na análise de fenómenos hidrológicos extremos.

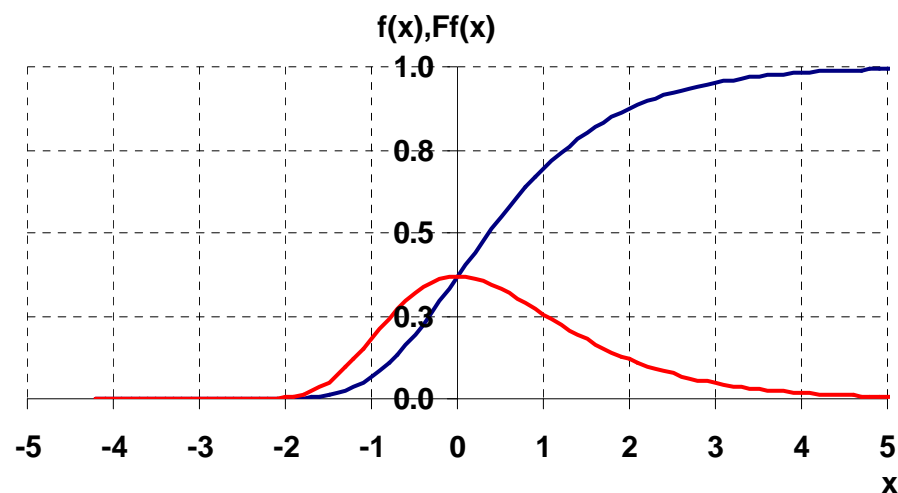


Os estimadores $\hat{\alpha}$ e \hat{u} dos parâmetros α e u da função de distribuição foram calculados pelo método dos mínimos quadrados de modo a permitir incorporar na função de distribuição a probabilidade empírica avaliada pelo operador de ordenação.



1. Antecedentes (cont)

Estimadores dos parâmetros da função de distribuição da lei de Gumbel pelo método dos mínimos quadrados:



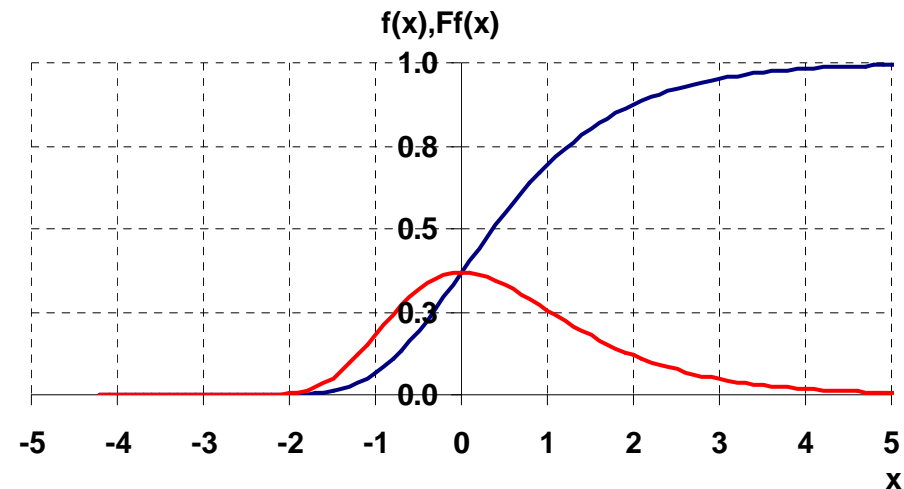
$$\hat{\alpha} = \frac{n \sum_{k=1}^n x_k^2 - \left(\sum_{k=1}^n x_k \right)^2}{n \sum_{k=1}^n z_k x_k - \sum_{k=1}^n x_k \sum_{k=1}^n z_k}$$

$$\hat{u} = \bar{x} + \hat{\alpha} \frac{\sum_{k=1}^n z_k}{n}$$



1. Antecedentes (cont)

Estimadores dos parâmetros da função de distribuição da lei de Gumbel pelo método dos mínimos quadrados:



$$\hat{\alpha} = \frac{n \sum_{k=1}^n x_k^2 - \left(\sum_{k=1}^n x_k \right)^2}{n \sum_{k=1}^n z_k x_k - \sum_{k=1}^n x_k \sum_{k=1}^n z_k}$$

$$\hat{u} = \bar{x} + \hat{\alpha} \frac{\sum_{k=1}^n z_k}{n}$$

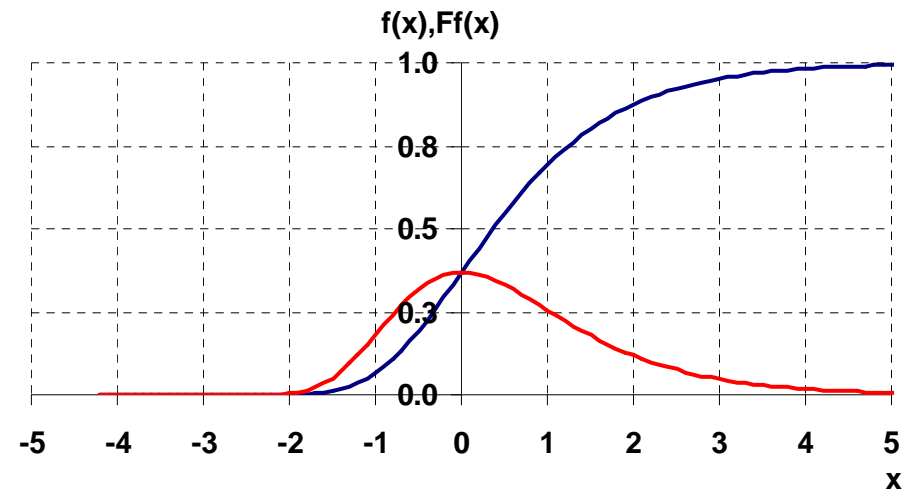
em que Z_k depende da probabilidade empírica de não-excedência, $F(x_k)$, associada ao elemento x_k da amostra através de:

$$z_k = -\ln(-\ln(F(x_k)))$$



1. Antecedentes (cont)

Estimadores dos parâmetros da função de distribuição da lei de Gumbel pelo método dos mínimos quadrados:



$$\hat{\alpha} = \frac{n \sum_{k=1}^n x_k^2 - \left(\sum_{k=1}^n x_k \right)^2}{n \sum_{k=1}^n z_k x_k - \sum_{k=1}^n x_k \sum_{k=1}^n z_k}$$

$$\hat{u} = \bar{x} + \hat{\alpha} \frac{\sum_{k=1}^n z_k}{n}$$

em que Z_k depende da probabilidade empírica de não-excedência, $F(x_k)$, associada ao elemento x_k da amostra através de

$$z_k = -\ln(-\ln(F(x_k)))$$



... Operador de ordenação ...



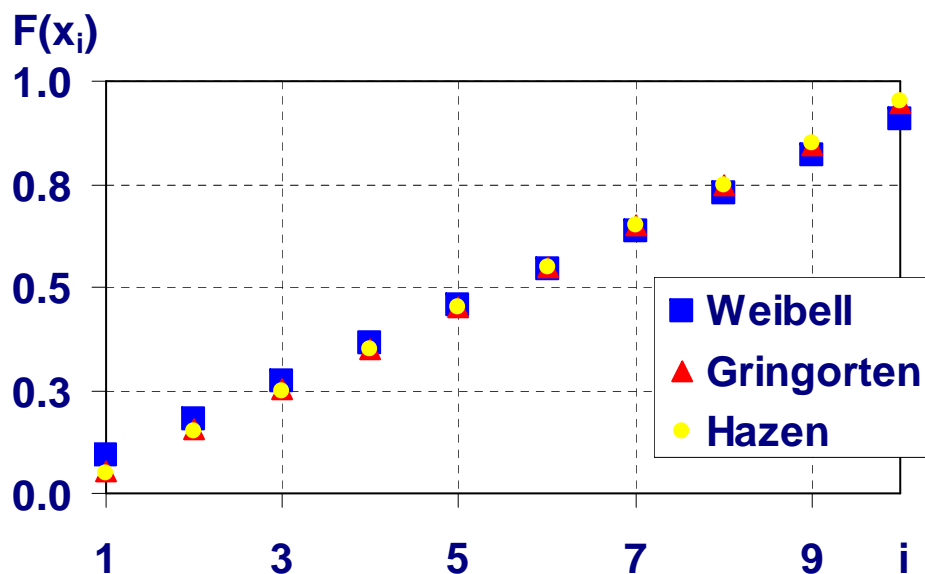
1. Antecedentes (cont)

... probabilidade empírica de não-excedência, $F(x_k)$, associada ao elemento x_j da amostra ordenada por valores crescentes

$$F(x_i) = \frac{i - \theta}{n + 1 - 2\theta}$$

... nas fórmulas de Weibull, Gringorten e Hazen

θ igual a 0.00, 0.44 e 0.50 ...



Probabilidades empíricas de não-excedência associadas ao elemento de ordem i de uma amostra de dez elementos
 (... os resultados fornecidos pelas diferentes fórmulas apenas surgem diferenciados para probabilidades muito baixas ou muito elevadas)



2. Operador de ordenação

$$F(x_i) = \frac{i - \theta}{n + 1 - 2\theta}$$

... x_i elemento tal que na amostra de dimensão n existem i elementos com valor inferiores ou iguais a x_i ...

O operador de ordenação – *sorting operator*, SO – intervém na definição das probabilidades empíricas de não-excedência em amostras de caudais instantâneos máximos anuais de reduzida dimensão mediante a atribuição a cada caudal de um indicador, não da ordem que esse caudal apresenta naquela amostra, mas da magnitude da cheia a que esse caudal se refere.



2. Operador de ordenação

$$F(x_i) = \frac{i - \theta}{n + 1 - 2\theta}$$

... x_i elemento tal que na amostra de dimensão n existem i elementos com valor inferiores ou iguais a x_i ...

O operador de ordenação – *sorting operator*, SO – intervém na definição das probabilidades empíricas de não-excedência em amostras de caudais instantâneos máximos anuais de reduzida dimensão mediante a atribuição a cada caudal de um indicador, não da ordem que esse caudal apresenta naquela amostra, mas da magnitude da cheia a que esse caudal se refere.

... a magnitude da cheia é avaliada com base numa amostra, com dimensão apreciável, de caudais instantâneos máximos anuais numa bacia hidrográfica geograficamente próxima da bacia objecto da análise de cheias e pertencente à mesma região homogénea.



Ano	Caudais de ponta de cheia	
	Bacia 1, x_i (m ³ /s)	Bacia 2, y_i (m ³ /s)
1966/67	511	475
1967/68	688	--
1968/69	882	602
1969/70	--	--
1970/71	558	492
1971/72	1933	1144
1972/73	1518	--
1973/74	1035	612
1974/75	433	376
1975/76	--	--
1976/77	--	--
1977/78	395	--
1978/79	635	548
1979/80	1769	--
1980/81	1210	--
1981/82	421	374
1982/83	187	--
1983/84	260	--
1984/85	477	--
1985/86	990	607
1986/87	--	--
1987/88	850	--
1988/89	499	--
1989/90	--	--
1990/91	310	296

... Amostras de caudais instantâneos máximos anuais em duas bacias hidrográficas geograficamente próximas e pertencentes a uma mesma região hidrologicamente homogénea



Ano	Caudais de ponta de cheia	
	Bacia 1, x_i (m^3/s)	Bacia 2, y_i (m^3/s)
1966/67	511	475
1967/68	688	--
1968/69	882	602
1969/70	--	--
1970/71	558	492
1971/72	1933	1144
1972/73	1518	--
1973/74	1035	612
1974/75	433	376
1975/76	--	--
1976/77	--	--
1977/78	395	--
1978/79	635	548
1979/80	1769	--
1980/81	1210	--
1981/82	421	374
1982/83	187	--
1983/84	260	--
1984/85	477	--
1985/86	990	607
1986/87	--	--
1987/88	850	--
1988/89	499	--
1989/90	--	--
1990/91	310	296

... Amostras de caudais instantâneos máximos anuais em duas bacias hidrográficas geograficamente próximas e pertencentes a uma mesma região hidrologicamente homogénea

Amostra relativa à bacia hidrográfica 1 com 20 elementos e amostra referente à bacia hidrográfica 2 apenas com 10 elementos ...



Ano	Caudais de ponta de cheia	
	Bacia 1, x_i (m ³ /s)	Bacia 2, y_i (m ³ /s)
1966/67	511	475
1967/68	688	--
1968/69	882	602
1969/70	--	--
1970/71	558	492
1971/72	1933	1144
1972/73	1518	--
1973/74	1035	612
1974/75	433	376
1975/76	--	--
1976/77	--	--
1977/78	395	--
1978/79	635	548
1979/80	1769	--
1980/81	1210	--
1981/82	421	374
1982/83	187	--
1983/84	260	--
1984/85	477	--
1985/86	990	607
1986/87	--	--
1987/88	850	--
1988/89	499	--
1989/90	--	--
1990/91	310	296

Ano	Ordem	Bacia 1, x_i (m ³ /s)
1982/83	1	187
1983/84	2	260
1990/91	3	310
1977/78	4	395
1981/82	5	421
1974/75	6	433
1984/85	7	477
1988/89	8	499
1966/67	9	511
1970/71	10	558
1978/79	11	635
1967/68	12	688
1987/88	13	850
1968/69	14	882
1985/86	15	990
1973/74	16	1035
1980/81	17	1210
1972/73	18	1518
1979/80	19	1769
1971/72	20	1933

... Ordenação dos elementos de cada amostra tendo em vista o cálculo das probabilidades empíricas de não-excedência....



Ano	Caudais de ponta de cheia	
	Bacia 1, x_i (m ³ /s)	Bacia 2, y_i (m ³ /s)
1966/67	511	475
1967/68	688	--
1968/69	882	602
1969/70	--	--
1970/71	558	492
1971/72	1933	1144
1972/73	1518	--
1973/74	1035	612
1974/75	433	376
1975/76	--	--
1976/77	--	--
1977/78	395	--
1978/79	635	548
1979/80	1769	--
1980/81	1210	--
1981/82	421	374
1982/83	187	--
1983/84	260	--
1984/85	477	--
1985/86	990	607
1986/87	--	--
1987/88	850	--
1988/89	499	--
1989/90	--	--
1990/91	310	296

Ano	Ordem	Bacia 1, x_i (m ³ /s)
1982/83	1	187
1983/84	2	260
1990/91	3	310
1977/78	4	395
1981/82	5	421
1974/75	6	433
1984/85	7	477
1988/89	8	499
1966/67	9	511
1970/71	10	558
1978/79	11	635
1967/68	12	688
1987/88	13	850
1968/69	14	882
1985/86	15	990
1973/74	16	1035
1980/81	17	1210
1972/73	18	1518
1979/80	19	1769
1971/72	20	1933

Ano	Ordem	Bacia 2, x_i (m ³ /s)
1990/91	1	296
1981/82	2	374
1974/75	3	376
1966/67	4	475
1970/71	5	492
1978/79	6	548
1968/69	7	602
1985/86	8	607
1973/74	9	612
1971/72	10	1144

... Ordenação dos elementos de cada amostra tendo em vista o cálculo das probabilidades empíricas de não-excedência....



Ano	Caudais de ponta de cheia	
	Bacia 1, x_i (m ³ /s)	Bacia 2, y_i (m ³ /s)
1966/67	511	475
1967/68	688	--
1968/69	882	602
1969/70	--	--
1970/71	558	492
1971/72	1933	1144
1972/73	1518	--
1973/74	1035	612
1974/75	433	376
1975/76	--	--
1976/77	--	--
1977/78	395	--
1978/79	635	548
1979/80	1769	--
1980/81	1210	--
1981/82	421	374
1982/83	187	--
1983/84	260	--
1984/85	477	--
1985/86	990	607
1986/87	--	--
1987/88	850	--
1988/89	499	--
1989/90	--	--
1990/91	310	296

Ano	Ordem	Bacia 1, x_i (m ³ /s)	Bacia 2, x_i (m ³ /s)
1982/83	1	187	--
1983/84	2	260	--
1990/91	3	310	296
1977/78	4	395	--
1981/82	5	421	374
1974/75	6	433	376
1984/85	7	477	--
1988/89	8	499	--
1966/67	9	511	475
1970/71	10	558	492
1978/79	11	635	548
1967/68	12	688	--
1987/88	13	850	--
1968/69	14	882	602
1985/86	15	990	607
1973/74	16	1035	612
1980/81	17	1210	--
1972/73	18	1518	--
1979/80	19	1769	--
1971/72	20	1933	1144



Ano	Caudais de ponta de cheia	
	Bacia 1, x_i (m^3/s)	Bacia 2, y_i (m^3/s)
1966/67	511	475
1967/68	688	--
1968/69	882	602
1969/70	--	--
1970/71	558	492
1971/72	1933	1144
1972/73	1518	--
1973/74	1035	612
1974/75	433	376
1975/76	--	--
1976/77	--	--
1977/78	395	--
1978/79	635	548
1979/80	1769	--
1980/81	1210	--
1981/82	421	374
1982/83	187	--
1983/84	260	--
1984/85	477	--
1985/86	990	607
1986/87	--	--
1987/88	850	--
1988/89	499	--
1989/90	--	--
1990/91	310	296

Ano	Ordem	Bacia 1, x_i (m^3/s)	Bacia 2, x_i (m^3/s)
1982/83	1	187	--
1983/84	2	260	--
1990/91	3	310	296
1977/78	4	395	--
1981/82	5	421	374
1974/75	6	433	376
1984/85	7	477	--
1988/89	8	499	--
1966/67	9	511	475
1970/71	10	558	492
1978/79	11	635	548
1967/68	12	688	--
1987/88	13	850	--
1968/69	14	882	602
		990	607
		1035	612
		1210	--
		1518	--
		1769	--
1971/72	20	1933	1144

... ordenação dos elementos da amostra relativa à bacia 2 atendendo à ordem que resulta para esses elementos da amostra relativa à bacia 1....





Sem operador de ordenação

Ano	Ordem	Bacia 2, x_i (m^3/s)
1990/91	1	296
1981/82	2	374
1974/75	3	376
1966/67	4	475
1970/71	5	492
1978/79	6	548
1968/69	7	602
1985/86	8	607
1973/74	9	612
1971/72	10	1144

Com operador de ordenação

Ano	Ordem	Bacia 2, x_i (m^3/s)
1990/91	3	296
1981/82	5	374
1974/75	6	376
1966/67	9	475
1970/71	10	492
1978/79	11	548
1968/69	14	602
1985/86	15	607
1973/74	16	612
1971/72	20	1144

... Operador de ordenação, SO (*sorting operator*):
atribui a cada caudal da amostra relativa à bacia 2 a
ordem que decorre para a cheia a que se refere esse
caudal da amostra relativa à bacia 2....



Ano	Ordem	Bacia 2, x_i (m ³ /s)
1990/91	1	296
1981/82	2	374
1974/75	3	376
1966/67	4	475
1970/71	5	492
1978/79	6	548
1968/69	7	602
1985/86	8	607
1973/74	9	612
1971/72	10	1144

Ano	Ordem	Bacia 2, x_i (m ³ /s)
1990/91	3	296
1981/82	5	374
1974/75	6	376
1966/67	9	475
1970/71	10	492
1978/79	11	548
1968/69	14	602
1985/86	15	607
1973/74	16	612
1971/72	20	1144

1) ... Diferentes estimativas da probabilidade de não-excedência ... $F(x_i) = \frac{i - \theta}{n + 1 - 2\theta}$



Ano	Ordem	Bacia 2, x_i (m ³ /s)
1990/91	1	296
1981/82	2	374
1974/75	3	376
1966/67	4	475
1970/71	5	492
1978/79	6	548
1968/69	7	602
1985/86	8	607
1973/74	9	612
1971/72	10	1144

Ano	Ordem	Bacia 2, x_i (m ³ /s)
1990/91	3	296
1981/82	5	374
1974/75	6	376
1966/67	9	475
1970/71	10	492
1978/79	11	548
1968/69	14	602
1985/86	15	607
1973/74	16	612
1971/72	20	1144

1) ... Diferentes estimativas da probabilidade de não-excedência ... $F(x_i) = \frac{i - \theta}{n + 1 - 2\theta}$

2) ... Diferentes estimativas dos parâmetros da lei de Gumbel...

$$\hat{\alpha} = \frac{n \sum_{k=1}^n x_k^2 - \left(\sum_{k=1}^n x_k \right)^2}{n \sum_{k=1}^n z_k x_k - \sum_{k=1}^n x_k \sum_{k=1}^n z_k}$$

$$\hat{\mu} = \bar{x} + \hat{\alpha} \frac{\sum_{k=1}^n z_k}{n}$$

$$z_k = -\ln(-\ln(F(x_k)))$$



Ano	Ordem	Bacia 2, x_i (m^3/s)
1990/91	1	296
1981/82	2	374
1974/75	3	376
1966/67	4	475
1970/71	5	492
1978/79	6	548
1968/69	7	602
1985/86	8	607
1973/74	9	612
1971/72	10	1144

Ano	Ordem	Bacia 2, x_i (m^3/s)
1990/91	3	296
1981/82	5	374
1974/75	6	376
1966/67	9	475
1970/71	10	492
1978/79	11	548
1968/69	14	602
1985/86	15	607
1973/74	16	612
1971/72	20	1144

1) ... Diferentes estimativas da probabilidade de não-excedência ... $F(x_i) = \frac{i - \theta}{n + 1 - 2\theta}$

2) ... Diferentes estimativas dos parâmetros da lei de Gumbel...

$$\hat{\alpha} = \frac{n \sum_{k=1}^n x_k^2 - \left(\sum_{k=1}^n x_k \right)^2}{n \sum_{k=1}^n z_k x_k - \sum_{k=1}^n x_k \sum_{k=1}^n z_k}$$

$$\hat{u} = \bar{x} + \hat{\alpha} \frac{\sum_{k=1}^n z_k}{n}$$

$$z_k = -\ln(-\ln(F(x_k)))$$

3) ... Diferentes estimativas dos valores da variável aleatória... $\hat{x} = \hat{u} - \hat{\alpha} \ln[-\ln(F(x))]$

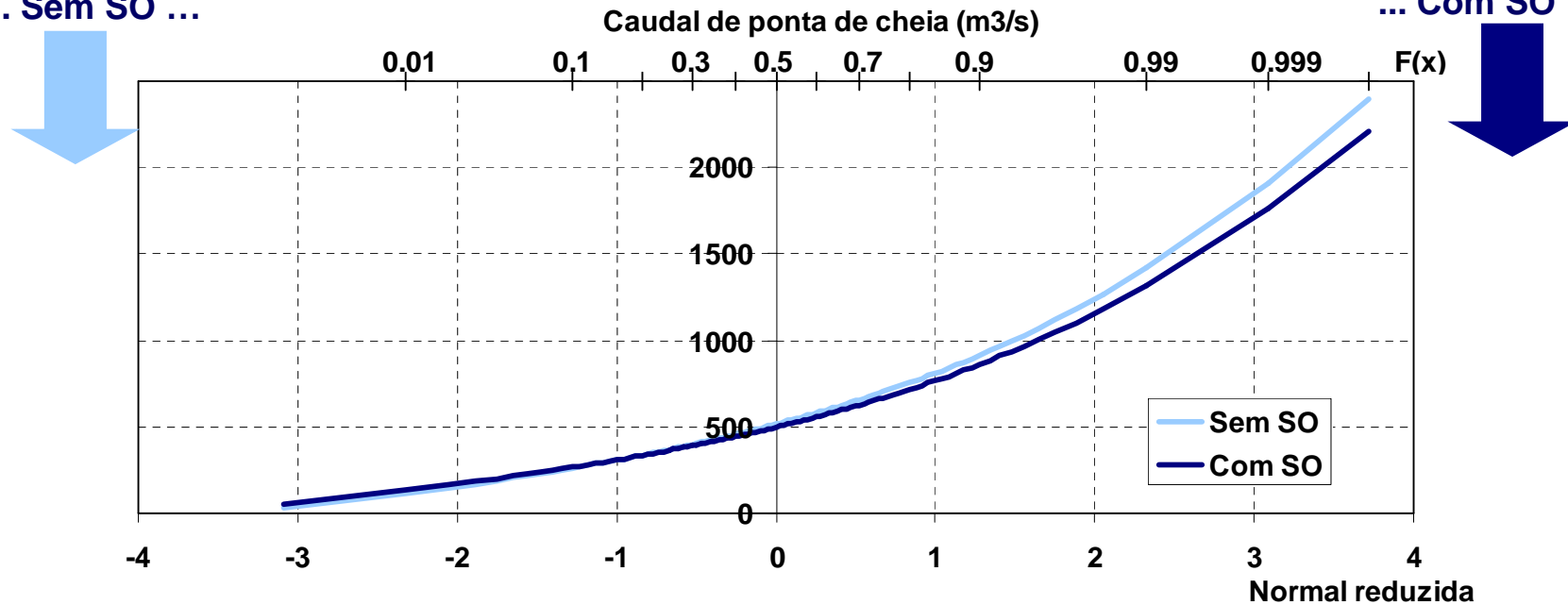


Ano	Ordem	Bacia 2, x_i (m ³ /s)
1990/91	1	296
1981/82	2	374
1974/75	3	376
1966/67	4	475
1970/71	5	492
1978/79	6	548
1968/69	7	602
1985/86	8	607
1973/74	9	612
1971/72	10	1144

Ano	Ordem	Bacia 2, x_i (m ³ /s)
1990/91	3	296
1981/82	5	374
1974/75	6	376
1966/67	9	475
1970/71	10	492
1978/79	11	548
1968/69	14	602
1985/86	15	607
1973/74	16	612
1971/72	20	1144

... Sem SO ...

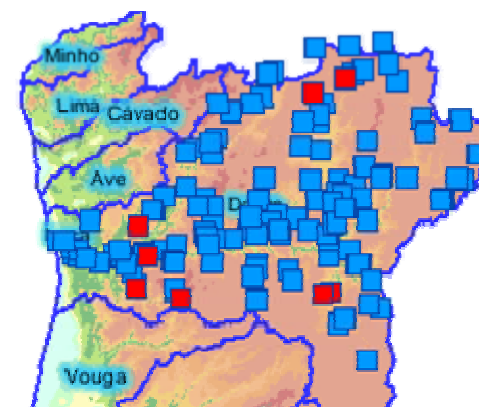
... Com SO ...





3. Teste do modelo

... Efectuado com base em amostras de caudais instantâneos máximos anuais em estações hidrométricas localizadas na Norte do País



Estação hidrométrica	Curso de água	Área da bacia hidrográfica (km ²)	Coordenadas cartográficas	
			M (m)	P (m)
Rebordelo	Rabaçal	868.62	279789.4	531519.0
Vinhais-Quinta da Ranca	Tuela	478.55	294575.3	538510.8
Vale Trevo	Masueime	405.40	283871.4	438189.3
Cidadelhe	Côa	1743.10	286909.3	438829.0
Fragas da Torre	Paiva	646.75	196024.7	441159.1
Castro Daire	Paiva	288.17	216824.0	435871.7
Pte de Canavezes	Tâmega	3163.33	197700.1	469549.1
Cabriz	Sampaio	10.80	202026.6	455653.5



3. Teste do modelo (cont)

... a partir de uma amostra de caudais instantâneos máximos anuais com dimensão n , construíram-se, por recurso à análise combinatória, 100 sub-amostras aleatórias e diferentes com uma dimensão n_j – amostras censuradas aleatórias com dimensão n_j (*censored random samples*)

Amostra de caudais instantâneos máximos anuais com dimensão n

Q1
Q2
Q3
Q4
Q5
Q6
Q7
Q8

Q _i
Q _{i+1}
Q _{i+2}
Q _{i+3}

Q _{n-2}
Q _{n-2}
Q _{n-1}
Q _n

100 amostras censuradas independentes diferentes com dimensão n_j

Q1	Q1	...	Q1
	Q2	...	Q2

Q4	Q4	...	
	Q5	...	

Q6		...	Q6
Q7		...	Q7
		...	Q8

Q _i		...	Q _i
----------------	--	-----	----------------

Q _{i+1}		...	
Q _{i+2}	Q _{i+2}	...	Q _{i+2}
	Q _{i+3}	...	Q _{i+3}

Q _{n-2}		...	Q _{n-2}
		...	Q _{n-2}

	Q _{n-1}	...	
Q _n	Q _n	...	Q _n





... a partir de uma amostra de caudais instantâneos máximos anuais com dimensão n , construíram-se, por recurso à análise combinatória, 100 sub-amostras aleatórias e diferentes com uma dimensão n_j – amostras censuradas aleatórias com dimensão n_j (*censored random samples*)

... para cada uma das 100 amostras censuradas relativas a uma dada dimensão n_j , estimativa, para diferentes períodos de retorno, dos caudais de ponta de cheia, fornecidos pelo método dos mínimos quadrados aplicado à lei de Gumbel apoiada na probabilidade empírica de Grigorten sem e com operador de ordenação.

Amostra de caudais instantâneos máximos anuais com dimensão n

Q1
Q2
Q3
Q4
Q5
Q6
Q7
Q8

Q _i
Q _{i+1}
Q _{i+2}
Q _{i+3}

Q _{n-2}
Q _{n-2}
Q _{n-1}
Q _n

100 amostras censuradas independentes diferentes com dimensão n_j

Q1	Q1	...	Q1
	Q2	...	Q2
Q4	Q4	...	
	Q5	...	
Q6		...	Q6
Q7		...	Q7
		...	Q8

Q _i		...	Q _i
Q _{i+1}		...	
Q _{i+2}	Q _{i+2}	...	Q _{i+2}
	Q _{i+3}	...	Q _{i+3}

Q _{n-2}		...	Q _{n-2}
		...	Q _{n-2}
	Q _{n-1}	...	
Q _n	Q _n	...	Q _n

$\hat{Q}(1)$

$\hat{Q}(2)$

$\hat{Q}(100)$



... a partir de uma amostra de caudais instantâneos máximos anuais com dimensão n , construíram-se, por recurso à análise combinatória, 100 sub-amostras aleatórias e diferentes com uma dimensão n_j – amostras censuradas aleatórias com dimensão n_j (*censored random samples*).

... para cada uma das 100 amostras censuradas relativas a uma dada dimensão n_j , estimativa, para diferentes períodos de retorno, dos caudais de ponta de cheia fornecidos pelo método dos mínimos quadrados aplicado à lei de Gumbel apoiada na probabilidade empírica de Grigorten sem e com operador de ordenação.

... para cada dimensão das amostras censuradas e para diferentes períodos de retorno, “comparação” entre as médias dos caudais estimados a partir das amostras censuradas e da amostra completa.

Amostra de caudais instantâneos máximos anuais com dimensão n

Q1
Q2
Q3
Q4
Q5
Q6
Q7
Q8

Qi
Qi+1
Qi+2
Qi+3

Qn-2
Qn-2
Qn-1
Qn

$$\hat{Q}$$

100 amostras censuradas independentes diferentes com dimensão n_j

Q1	Q1	...	Q1
	Q2	...	Q2
Q4	Q4	...	
	Q5	...	
Q6		...	Q6
Q7		...	Q7
		...	Q8
		...	
		...	
Qi	Qi	...	Qi
Qi+1		...	
Qi+2	Qi+2	...	Qi+2
Qi+3	Qi+3	...	Qi+3
		...	
		...	
		...	
Qn-2	Qn-2	...	Qn-2
		...	Qn-2
	Qn-1	...	
Qn	Qn	...	Qn

$$\hat{Q}^{(1)}$$

$$\hat{Q}^{(2)}$$

$$\hat{Q}^{(100)}$$





... “comparação” entre caudais efectuada em termos médios com base nas seguintes medidas...

✓ **Viés adimensional**

$$\frac{\text{BIAS}^{nj}(T)}{\hat{Q}(T)} = \frac{\hat{Q}(T) - \hat{Q}^{nj}(T)}{\hat{Q}(T)} = 1 - \frac{\hat{Q}^{nj}(T)}{\hat{Q}(T)}$$

✓ **Desvio-padrão adimensional**

$$\frac{\text{STD}^{nj}(T)}{\hat{Q}(T)} = \frac{\sigma^{nj}(T)}{\hat{Q}(T)}$$

✓ **Eficiência relativa**

$$\frac{\text{MSE}_{\Omega}^{nj}(T)}{\text{MSE}_{\Gamma}^{nj}(T)} = \frac{[\sigma_{\Omega}^{nj}(T)]^2 + [\text{BIAS}_{\Omega}^{nj}(T)]^2}{[\sigma_{\Gamma}^{nj}(T)]^2 + [\text{BIAS}_{\Gamma}^{nj}(T)]^2}$$

Amostra de caudais instantâneos máximos anuais com dimensão n

Q1
Q2
Q3
Q4
Q5
Q6
Q7
Q8

Qi
Qi+1
Qi+2
Qi+3

Qn-2
Qn-2
Qn-1
Qn

\hat{Q}

100 amostras censuradas independentes diferentes com dimensão nj

Q1	Q1	...	Q1
	Q2	...	Q2
		...	
Q4	Q4	...	
	Q5	...	
		...	
Q6		...	Q6
Q7		...	Q7
		...	Q8

Qi		...	Qi
Qi+1		...	
Qi+2	Qi+2	...	Qi+2
	Qi+3	...	Qi+3

Qn-2		...	Qn-2
		...	Qn-2
	Qn-1	...	
Qn	Qn	...	Qn

$\hat{Q}(1)$

$\hat{Q}(2)$

$\hat{Q}(100)$



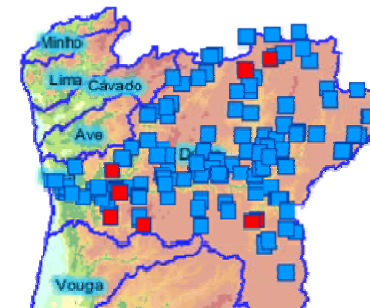
3. Teste do modelo (cont)

... os resultados obtidos na fase de teste do modelo (designadamente, os mais baixos valores do viés e do desvio-padrão adimensionais, bem como os reduzidos valores da eficiência relativa) evidenciaram que a consideração do operador de ordenação melhora as estimativas dos caudais de ponta de cheia, ESPECIALMENTE QUANDO EFECTUADAS A PARTIR DE AMOSTRAS DE REDUZIDA DIMENSÃO ...



4. Aplicação a casos de estudo

... a casos de estudo constituídos por pares de bacias hidrográficas – bacia 1 objecto da análise de cheias e bacia 2 utilizada para definir o operador de ordenação

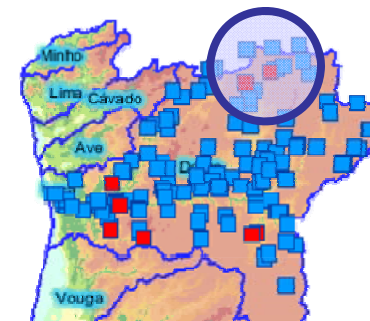


Estação hidrométrica	Curso de água	Área da bacia hidrográfica (km ²)	Coordenadas cartográficas	
			M (m)	P (m)
Rebordelo	Rabaçal	868.62	279789.4	531519.0
Vinhais-Quinta da Ranca	Tuela	478.55	294575.3	538510.8
Vale Trevo	Masueime	405.40	283871.4	438189.3
Cidadelhe	Côa	1743.10	286909.3	438829.0
Fragas da Torre	Paiva	646.75	196024.7	441159.1
Castro Daire	Paiva	288.17	216824.0	435871.7
Pte de Canavezes	Tâmega	3163.33	197700.1	469549.1
Cabriz	Sampaio	10.80	202026.6	455653.5



4. Aplicação a casos de estudo

... a casos de estudo constituídos por pares de bacias hidrográficas – bacia 1 objecto da análise de cheias e bacia 2 utilizada para definir o operador de ordenação

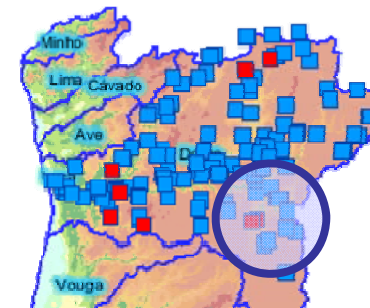


Estação hidrométrica	Curso de água	Área da bacia hidrográfica (km ²)	Coordenadas cartográficas	
			M (m)	P (m)
Rebordelo	Rabaçal	868.62	279789.4	531519.0
Vinhais-Quinta da Ranca	Tuela	478.55	294575.3	538510.8
Vale Trevo	Masueime	405.40	283871.4	438189.3
Cidadelhe	Côa	1743.10	286909.3	438829.0
Fragas da Torre	Paiva	646.75	196024.7	441159.1
Castro Daire	Paiva	288.17	216824.0	435871.7
Pte de Canavezes	Tâmega	3163.33	197700.1	469549.1
Cabriz	Sampaio	10.80	202026.6	455653.5



4. Aplicação a casos de estudo

... a casos de estudo constituídos por pares de bacias hidrográficas – bacia 1 objecto da análise de cheias e bacia 2 utilizada para definir o operador de ordenação

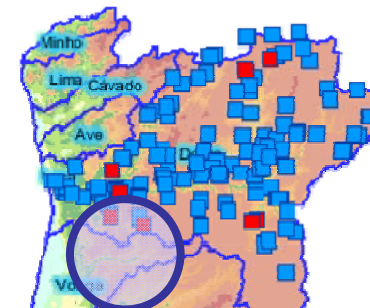


Estação hidrométrica	Curso de água	Área da bacia hidrográfica (km ²)	Coordenadas cartográficas	
			M (m)	P (m)
Rebordelo	Rabaçal	868.62	279789.4	531519.0
Vinhais-Quinta da Ranca	Tuela	478.55	294575.3	538510.8
Vale Trevo	Masueime	405.40	283871.4	438189.3
Cidadelhe	Côa	1743.10	286909.3	438829.0
Fragas da Torre	Paiva	646.75	196024.7	441159.1
Castro Daire	Paiva	288.17	216824.0	435871.7
Pte de Canavezes	Tâmega	3163.33	197700.1	469549.1
Cabriz	Sampaio	10.80	202026.6	455653.5



4. Aplicação a casos de estudo

... a casos de estudo constituídos por pares de bacias hidrográficas – bacia 1 objecto da análise de cheias e bacia 2 utilizada para definir o operador de ordenação

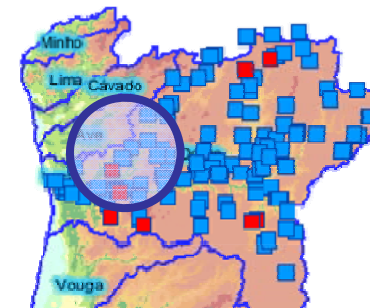


Estação hidrométrica	Curso de água	Área da bacia hidrográfica (km ²)	Coordenadas cartográficas	
			M (m)	P (m)
Rebordelo	Rabaçal	868.62	279789.4	531519.0
Vinhais-Quinta da Ranca	Tuela	478.55	294575.3	538510.8
Vale Trevo	Masueime	405.40	283871.4	438189.3
Cidadelhe	Côa	1743.10	286909.3	438829.0
Fragas da Torre	Paiva	646.75	196024.7	441159.1
Castro Daire	Paiva	288.17	216824.0	435871.7
Pte de Canavezes	Tâmega	3163.33	197700.1	469549.1
Cabriz	Sampaio	10.80	202026.6	455653.5



4. Aplicação a casos de estudo

... a casos de estudo constituídos por pares de bacias hidrográficas – bacia 1 objecto da análise de cheias e bacia 2 utilizada para definir o operador de ordenação



Estação hidrométrica	Curso de água	Área da bacia hidrográfica (km ²)	Coordenadas cartográficas	
			M (m)	P (m)
Rebordelo	Rabaçal	868.62	279789.4	531519.0
Vinhais-Quinta da Ranca	Tuela	478.55	294575.3	538510.8
Vale Trevo	Masueime	405.40	283871.4	438189.3
Cidadelhe	Côa	1743.10	286909.3	438829.0
Fragas da Torre	Paiva	646.75	196024.7	441159.1
Castro Daire	Paiva	288.17	216824.0	435871.7
Pte de Canavezes	Tâmega	3163.33	197700.1	469549.1
Cabriz	Sampaio	10.80	202026.6	455653.5



4. Aplicação a casos de estudo (cont)

Para cada par de bacias hidrográficas

- i) A partir da amostra de caudais instantâneos máximos anuais na bacia 1, constituição de 100 amostras diferentes e independentes de caudais instantâneos máximos anuais com a dimensão n_j ;



4. Aplicação a casos de estudo (cont)

Para cada par de bacias hidrográficas

- i) A partir da amostra de caudais instantâneos máximos anuais na bacia 1, constituição de 100 amostras diferentes e independentes de caudais instantâneos máximos anuais com a dimensão n_j ;
- ii) ordenação de cada uma dessas amostras, quer atendendo apenas aos valores relativos dos caudais que a constituem (ordenação com atribuição de números de ordem sequencias e contínuos entre 1 e n_j), quer por aplicação do operador de ordenação definido tendo em conta as ordens que decorrem para esses caudais da amostra na bacia hidrográfica 2 (ordenação com atribuição de números de ordem mais provavelmente descontínuos);



4. Aplicação a casos de estudo (cont)

Para cada par de bacias hidrográficas

- iii) para as 100 amostras com dimensão n_j , estimação de caudais de ponta de cheia para diferentes períodos de retorno T , por aplicação do método dos mínimos quadrados, combinado ou não com o operador de ordenação;



4. Aplicação a casos de estudo (cont)

Para cada par de bacias hidrográficas

- iii) para as 100 amostras com dimensão n_j , estimação de caudais de ponta de cheia para diferentes períodos de retorno T , por aplicação do método dos mínimos quadrados, combinado ou não com o operador de ordenação;
- iv) comparação, por utilização das medidas de desempenho aplicadas na fase de teste, entre as médias dos caudais de ponta de cheia estimados como referido e fornecidos por aplicação do método dos mínimos quadrados à amostra completa de caudais instantâneos máximos anuais na bacia hidrográfica 1.



5. Conclusões

- ✓ **Propõe-se um novo método para melhorar as estimativas de caudais de ponta de cheia em bacias hidrográficas dispondo de amostras reduzidas de caudais instantâneos máximos anuais. O método actua na definição da probabilidade empírica de não-excedência e foi incluído num modelo de estimação baseado na utilização da lei de Gumbel com parâmetros fornecidos pelo método dos momentos.**



5. Conclusões

- ✓ Propõe-se um novo método para melhorar as estimativas de caudais de ponta de cheia em bacias hidrográficas dispondo de amostras reduzidas de caudais instantâneos máximos anuais. O método actua na definição da probabilidade empírica de não-excedência e foi incluído num modelo de estimação baseado na utilização da lei de Gumbel com parâmetros fornecidos pelo método dos momentos.
- ✓ As aplicações efectuadas permitem concluir que, não obstante a sua adequação, especialmente quando em presença de amostras de reduzida dimensão, o método carece de aprofundamento, designadamente, no que concerne aos critérios aplicáveis, quer ao agrupamento de bacias hidrográficas, quer à hierarquização relativa de caudais de ponta de cheia.



5. Conclusões (cont)

- ✓ **Julga-se, ainda, ser de ensaiar outras leis de extremos compatíveis com a estimação de parâmetros pelo método dos mínimos quadrados, como seja a lei gama.**



5. Conclusões (cont)

- ✓ Julga-se, ainda, ser de ensaiar outras leis de extremos compatíveis com a estimação de parâmetros pelo método dos mínimos quadrados, como seja a lei gama.
- ✓ O método deixa antever a possibilidade de incorporar informação referente a cheias históricas excepcionais relativamente às quais seja possível, de algum modo, atribuir probabilidades empíricas de não-excedência, por exemplo, por se saber que se trataram das maiores cheias desde que existem registos



ESTIMAÇÃO DE CAUDAIS DE PONTA DE CHEIA EM SITUAÇÃO DE ESCASSEZ DE REGISTOS DE CAUDAIS INSTANTÂNEOS MÁXIMOS ANUAIS

Maria Manuela Portela, mps@civil.ist.utl.pt
José Miguel Delgado, jdelgado@gfz-potsdam.de

