



7, 8 e 9  
Março 2018  
ÉVORA  
Évora Hotel

GESTÃO DOS  
RECURSOS HÍDRICOS:  
**NOVOS  
DESAFIOS**

# MODELAÇÃO NUMÉRICA DO ESCOAMENTO DESLIZANTE SOBRE TURBILHÕES EM DESCARREGADORES DE CHEIAS EM DEGRAUS

Aplicação a pequenas barragens de aterro

Inês LÚCIO<sup>1</sup>; Jorge MATOS<sup>2</sup>; Inês MEIRELES<sup>3</sup>

<sup>1</sup> PROCESL Quadrante, [ilucio@procesl.pt](mailto:ilucio@procesl.pt)

<sup>2</sup> CERIS, Instituto Superior Técnico, Universidade de Lisboa, [jorge.matos@tecnico.ulisboa.pt](mailto:jorge.matos@tecnico.ulisboa.pt)

<sup>3</sup> RISCO, Universidade de Aveiro, Departamento de Engenharia Civil, [imeireles@ua.pt](mailto:imeireles@ua.pt)

## Resumo

Recentemente, um número significativo de barragens de aterro evidenciaram uma inadequada capacidade de descarga em situações de cheia, o que poderá resultar no galgamento da barragem e, conseqüentemente, na sua parcial ou total destruição. A reabilitação de barragens de aterro com descarregadores de cheias em degraus de BCC (betão compactado por cilindros) tem vindo a ser frequentemente implementada como medida de proteção do paramento de jusante destas barragens, possibilitando também o aumento da sua capacidade de descarga. O escoamento em descarregadores de cheias em degraus é em geral caracterizado por elevado teor de ar emulsionado e significativa dissipação de energia. No entanto, a região não arejada do escoamento reveste-se de grande importância em descarregadores em degraus de pequenas barragens em que se escoam caudais relativamente elevados. Neste trabalho apresentam-se os resultados de um estudo numérico realizado com o código comercial de CFD (Dinâmica de Fluidos Computacional) FLOW-3D<sup>®</sup>. Os resultados numéricos relativos à região não-arejada do escoamento são comparados com resultados adquiridos numa instalação experimental com um declive de 1V:2H, representativa do paramento de jusante de uma pequena barragem de aterro. Foram realizadas simulações 2D para vários caudais utilizando o modelo de turbulência RNG k-ε. Os resultados numéricos foram validados com base nos resultados experimentais disponíveis, tendo sido avaliadas alturas de água e distribuição de velocidades. Os resultados evidenciam que o software FLOW-3D<sup>®</sup> consegue reproduzir adequadamente as principais grandezas características da região não-arejada do escoamento. Os resultados computacionais relativos ao caudal, alturas do escoamento e campo de velocidades foram comparados com os resultados experimentais correspondentes, e as diferenças relativas foram, em regra, inferiores a 10%.

**Palavras-chave:** barragens de aterro; descarregadores de cheias em degraus; escoamento deslizante sobre turbilhões; dinâmica de fluidos computacional; FLOW-3D<sup>®</sup>.



## **1. INTRODUÇÃO**

Os descarregadores de cheias em degraus revestem-se atualmente de assinalável importância, não só por uma questão de segurança hidráulica, mas porque permitem em geral a redução do custo das obras de dissipação de energia a jusante do descarregador. Na presença deste tipo de descarregadores, a dissipação de energia é feita, em grande parte, na própria soleira descarregadora, devido à macro-rugosidade conferida pelos degraus, pelo que é possível reduzir ou, eventualmente, eliminar a estrutura de dissipação de energia a instalar a jusante do descarregador.

O tipo de escoamento que ocorre em canais com soleira em degraus é função do caudal e da geometria dos degraus, pelo que, para um dado descarregador, pode ocorrer, com o aumento gradual do caudal, escoamento em quedas sucessivas, escoamento de transição e escoamento deslizante sobre turbilhões. O escoamento deslizante sobre turbilhões apresenta usualmente duas regiões distintas, a montante e a jusante da secção de afloramento da camada limite, designadas por região não arejada (sem emulsão de ar no seio do escoamento) e região arejada. Na região sem emulsão de ar, em que a camada limite se vai desenvolvendo, a superfície livre é sensivelmente lisa, ou seja, sem ondulação apreciável, em particular num trecho inicial. Quando a camada limite atinge a superfície livre e as forças desestabilizadoras do escoamento associadas à turbulência são superiores às forças estabilizadoras associadas à tensão superficial e à gravidade, dá-se a entrada de ar no escoamento (Hirt, 2003, Chanson, 2002, Meireles et al., 2014). A secção inicial de entrada de ar é usualmente designada secção de afloramento da camada limite.

O presente estudo tem como objetivo principal a implementação de um modelo numérico de um descarregador de cheias em degraus, representativo de uma pequena barragem de aterro, e a sua validação com base em resultados experimentais previamente adquiridos no âmbito de outras dissertações.

## **2. INSTALAÇÃO EXPERIMENTAL**

Os ensaios experimentais que permitiram a validação do presente estudo foram realizados no Laboratório de Hidráulica e Recursos Hídricos do IST, no âmbito do trabalho de investigação desenvolvido por André e Ramos (2003) e Cabrita (2007), numa instalação experimental readaptada a partir da instalação utilizada por Fael (2000), no âmbito da sua dissertação de mestrado. A instalação compreende circuitos de alimentação e recirculação de água, um reservatório de alimentação, um canal de secção transversal retangular no qual se insere o descarregador e um compartimento de restituição. O canal, com 8 m de comprimento e 0.7 m de largura, é constituído por uma bacia de montante, um descarregador em degraus e uma bacia de dissipação. A jusante, o canal possui uma comporta de charneira articulada na base que permite regular a localização do ressalto hidráulico que ocorre a jusante do descarregador. O descarregador, construído em PVC e com 0.5 m de altura, é constituído por uma soleira horizontal com 0.5 m de comprimento e um canal descarregador em degraus com 0.9 m de comprimento. A parede vertical, imediatamente a montante da soleira, incorpora uma estrutura cilíndrica por forma a reduzir a perturbação e separação do escoamento à entrada do descarregador.

Do ponto de vista hidráulico, a soleira reúne as condições necessárias para ser classificada como soleira espessa, assegurando que o regime crítico do escoamento ocorre na soleira para os caudais analisados. O canal descarregador possui dez degraus e forma um ângulo de  $26.6^\circ$  com a horizontal, o que corresponde a um declive de 1V:2H.

Tabela 1 - Resumo dos ensaios experimentais utilizados no presente estudo.

Referência bibliográfica	Declive (V:H)	Altura dos degraus (m)	N.º de degraus	Caudal unitário ( $\text{m}^2/\text{s}$ )	Medições na soleira	Medições nos degraus
André e Ramos (2003)	1:2	0.05	10	0.05; 0.06; 0.07; 0.08	-	Altura do escoamento junto da parede esquerda; perfis de velocidade para os dois menores caudais
Cabrita (2007)	1:2	0.05	10	0.05; 0.06; 0.07; 0.08	Altura do escoamento e perfis de velocidade	

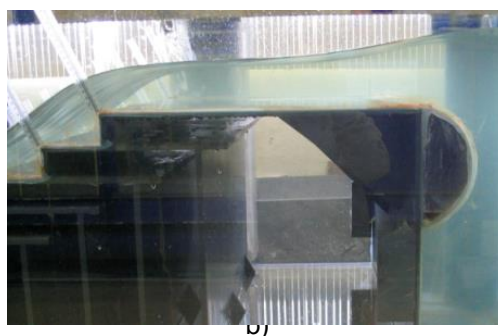
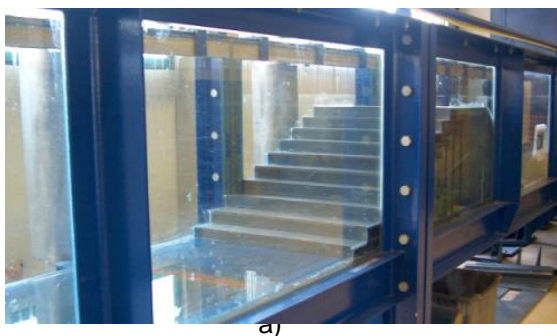


Figura 1 - Instalação experimental: (a) vista geral; (b) escoamento sobre a soleira descarregadora para  $Q=49 \text{ l/s}$  (Fot.: André e Ramos, 2003).

### 3. MODELO NUMÉRICO

O software comercial FLOW-3D<sup>®</sup> é um programa de dinâmica de fluidos computacional, desenvolvido pela FlowScience, Inc., e que se distingue de outros softwares comerciais pela sua capacidade especial de modelar, com grande precisão, escoamentos em superfície livre. O FLOW-3D<sup>®</sup> utiliza o método dos volumes finitos para a discretização das Equações Médias de Reynolds (*Reynolds Average Navier Stokes equations*) numa malha estruturada e retangular, que pode ser definida num sistema de coordenadas cartesianas ou cilíndricas. A malha é desfasada, o que significa que as quantidades escalares, tais como a

temperatura e a pressão, são calculadas no centro das células, enquanto que as quantidades vetoriais, tais como as velocidades, são calculadas nas faces das células.

No FLOW-3D<sup>®</sup>, as superfícies livres são localizadas através do método TruVOF, desenvolvido por Hirt e Nichols (1981) e que pode ser caracterizado por três elementos chave (Bombardelli et al., 2001). O primeiro consiste na definição e uso da função de volume de fluido (VOF),  $F(x,y,z,t)$ , que contabiliza a quantidade de fluido em cada célula. A fração de fluido é igual a 1 nas células em que existe fluido e as regiões de vazio correspondem a valores de fração de fluido igual a 0. Define-se vazio como uma região sem fluido e com uma pressão uniforme associada. Fisicamente, representam regiões preenchidas por um gás (ar) cuja densidade é desprezável quando comparada com a densidade do fluido que se pretende simular. É nas células com valor de  $F$  entre 0 e 1 que se encontra a superfície livre (usualmente considera-se que tal ocorre em  $F=0.5$ ). O segundo elemento chave consiste na consideração de uma apropriada equação de transporte de  $F$  com o fluido. Por fim, o terceiro elemento consiste na aplicação de condições de fronteira na superfície livre. O FLOW-3D<sup>®</sup> recorre ainda à técnica denominada FAVOR<sup>™</sup> (acrónimo para *Fractional Area-Volume Obstacle Representation*) que tem a capacidade de incorporar qualquer tipo de geometria numa malha estruturada e retangular. Esta técnica possibilita definições da malha e geometria completamente independentes, pelo que alterações na geometria não implicam uma modificação da malha e vice-versa (FlowScience, Inc, 2015).

#### 4. IMPLEMENTAÇÃO E CALIBRAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO

##### 4.1 Geometria e malha

Na Fig. 2 apresenta-se a geometria utilizada no modelo numérico desenvolvido no âmbito da dissertação de Lúcio (2015). O ângulo que a comporta de charneira faz com a horizontal é alterado consoante o caudal em estudo, por forma a que o ressalto hidráulico ocorra no pé do descarregador. Estes ângulos foram consultados em André e Ramos (2003).

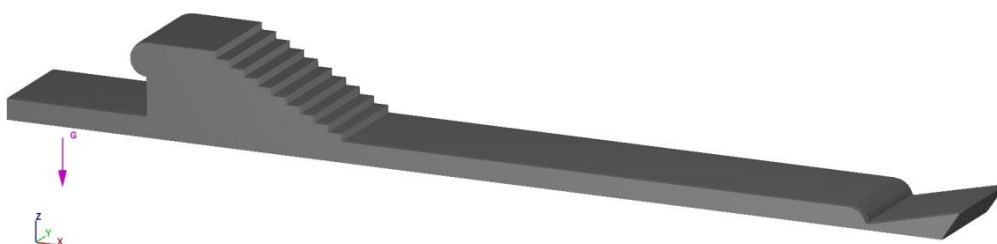


Figura 2 – Geometria utilizada nas simulações numéricas.

Apesar de a turbulência ser um fenómeno tridimensional, é usual realizarem-se simulações numéricas bidimensionais (2D) na análise de escoamentos em descarregadores de cheias, pois permitem reduzir significativamente o número de células da malha e o tempo das simulações sem contudo comprometer a adequabilidade dos resultados. Neste estudo, foram realizadas simulações 2D, tendo em conta as dimensões da geometria e os valores estimados para  $y^+$  (parâmetro associado à camada limite turbulenta e que permite estimar o

tamanho das células adjacentes a paredes sólidas). Foram definidas cinco dimensões de malha diferentes. As malhas 1 e 2 são consideradas grosseiras, dadas as dimensões da geometria em estudo, e as malhas 3, 4 e 5 são mais refinadas. Nestas últimas, optou-se por refinar a malha apenas na zona do descarregador, uma vez que é nesta região que se pretendem obter resultados mais precisos, tendo sido por isso adicionado o Bloco 2.

Tabela 2 – Tipos de malhas utilizadas.

Nome	N.º de blocos	N.º de células	Dimensões das células (m)
Malha 1	1	245028	0.0083(3) x 0.0083(3)
Malha 2	1	431910	0.00625 x 0.00625
Malha 3	2	436824	Bloco 1: 0.0083(3) x 0.0083(3) Bloco 2: 0.004167(7) x 0.004167(7)
Malha 4	2	735321	Bloco 1: 0.00625 x 0.00625 Bloco 2: 0.003125 x 0.003125
Malha 5	2	1142811	Bloco 1: 0.005 x 0.005 Bloco 2: 0.0025 x 0.0025

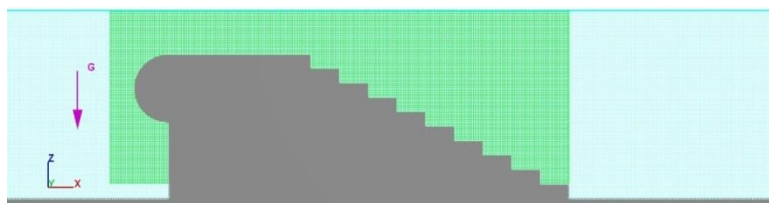


Figura 3 - Bloco 1 (a azul) e Bloco 2 (a verde).

#### 4.2 Condições de Fronteira

No bloco 1, para a fronteira de montante,  $X_{min}$ , definiu-se uma condição de pressão na qual se especificou, para cada caudal, a altura de água medida experimentalmente nessa fronteira por Cabrita (2007). Na fronteira de jusante,  $X_{máx}$ , definiu-se uma condição de saída livre. Em  $Z_{min}$ , definiu-se uma condição de fronteira sólida, e em  $Y_{min}$  e  $Y_{máx}$  definiram-se condições de simetria. Em  $Z_{máx}$  especificou-se uma condição de pressão com fração de fluido igual a zero (*i.e.*, vazio) e uma pressão constante igual à atmosférica (101325 Pa) a aplicar em toda a região de vazio acima da superfície livre (ar). No bloco 2, todas as condições de fronteira são de simetria, excetuando a de  $Z_{máx}$  que foi considerada igual à definida para o bloco 1.

#### 4.3 Modelos físicos

Os modelos físicos ativados foram: *Gravity*, *Viscosity and Turbulence*, *Air Entrainment*, *Density Evaluation*, *Drift Flux* e *Bubble and Phase Change*. Em *Viscosity and Turbulence*, ativou-se o modelo de duas equações RNG k- $\epsilon$  por ser o modelo mais utilizado e recomendado por outros autores na simulação de descarregadores em degraus. Depois de se ter realizado uma análise de sensibilidade ao parâmetro TLEN, optou-se por atribuir ao *software* o cálculo automático deste parâmetro. No modelo de *Air Entrainment* verificou-se que o anulamento do coeficiente de tensão superficial favorecia a entrada de ar no sistema,



sem afetar os resultados na região não arejada do escoamento, pelo que se adotou aquele valor.

#### 4.4 Análises de sensibilidade

As análises de sensibilidade realizadas no decurso da calibração do modelo numérico foram essenciais para assegurar a fiabilidade dos resultados obtidos. O estudo de independência da malha revelou que, quer na soleira descarregadora, quer na região não-arejada do escoamento (em que o FLOW-3D<sup>®</sup> não prevê entrada de ar), as soluções correspondentes às duas malhas mais refinadas convergiram, tendo sido obtida uma solução independente da malha. No entanto, as soluções correspondentes àquelas malhas afastam-se à medida que se aproximam da região arejada do escoamento, embora de forma não significativa (Lúcio, 2015).

### 5. RESULTADOS

#### 5.1 Caudal

Na implementação do modelo numérico, não se impôs o caudal em nenhuma das condições de fronteira, tendo sido apenas definida a altura de água na fronteira de montante. Como tal, entendeu-se importante verificar se o caudal obtido na solução numérica corresponderia ao caudal que se pretendia simular. Na Tabela 3, a diferença  $\delta_1$  refere-se à diferença relativa entre o caudal experimental,  $q_{exp}$ , e o caudal na fronteira de montante,  $q_{num}(X_{min})$ , em  $t=100$  s, e  $\delta_2$  refere-se à diferença relativa entre o caudal experimental,  $q_{exp}$ , e o caudal na fronteira de jusante,  $q_{num}(X_{max})$  em  $t=100$  s.

Tabela 3 – Diferenças relativas entre os caudais experimentais e numéricos nas fronteiras de montante e de jusante (malha 4).

$Q_{exp}$ (l/s)	$q_{exp}$ (m <sup>2</sup> /s)	$q_{num}(X_{min})$ (m <sup>2</sup> /s)	$q_{num}(X_{max})$ (m <sup>2</sup> /s)	$\delta_1(\%)$	$\delta_2(\%)$
35	0.05	0.0484	0.0463	-3.1	-7.4
42	0.06	0.0601	0.0589	0.2	-1.8
49	0.07	0.0686	0.0654	-2.1	-6.6
56	0.08	0.0768	0.0762	-4.1	-4.7

Para verificar a satisfação da equação da conservação da massa em cada secção transversal, integrou-se numericamente o perfil de velocidades utilizando a regra dos trapézios. Na soleira, a média (em valor absoluto) das diferenças relativas entre os valores experimentais do caudal e os valores resultantes da integração numérica dos perfis foi 2.5%, e no descarregador, 3.2%.

#### 5.2 Soleira descarregadora

Na Fig. 4, apresentam-se as alturas do escoamento na soleira descarregadora obtidas numericamente em simulações realizadas com a malha 4. As alturas experimentais, também representadas na Fig. 4, foram apenas medidas em 4 secções (1 a 4), respetivamente a 12.5, 25.0, 37.5 e a 46.4 cm do início da soleira descarregadora. Verifica-se que as alturas do escoamento aumentam com o caudal, e para o mesmo caudal, vão diminuindo à medida que se aproximam do fim da soleira, analogamente ao observado por Cabrita (2007). Na

Tabela 4, apresentam-se as diferenças relativas,  $\delta$ , entre os resultados experimentais ( $h_{exp}$ ) e os resultados numéricos ( $h_{num}$ ). As maiores diferenças ocorrem na secção 4 (com exceção do caudal de 35 l/s), o que se poderá atribuir à estimativa imprecisa da altura do escoamento a partir da utilização do tubo de carga total.

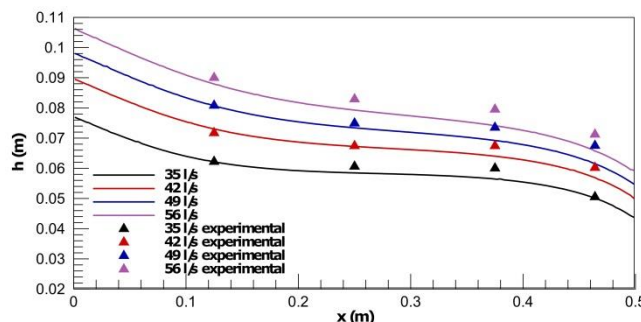


Figura 4 – Alturas do escoamento na soleira: comparação entre resultados experimentais e numéricos.

Tabela 4 – Diferenças relativas entre alturas do escoamento experimentais e numéricas: (a)  $Q=35$  l/s e malha 4; (b)  $Q=42$  l/s e malha 4; (c)  $Q=49$  l/s e malha 4; (d)  $Q=56$  l/s e malha 4.

a)			
x	$h_{exp}$ (m)	$h_{num}$ (m)	$\delta$ (%)
Secção 1	0.0622	0.0621	-0.1
Secção 2	0.0606	0.0585	-3.5
Secção 3	0.06	0.0564	-5.9
Secção 4	0.0505	0.0501	-0.9

c)			
x	$h_{exp}$ (m)	$h_{num}$ (m)	$\delta$ (%)
Secção 1	0.0808	0.0807	-0.1
Secção 2	0.0749	0.0734	-2
Secção 3	0.0735	0.0692	-5.8
Secção 4	0.0675	0.0615	-8.9

b)			
x	$h_{exp}$ (m)	$h_{num}$ (m)	$\delta$ (%)
Secção 1	0.0717	0.073	1.9
Secção 2	0.0674	0.0672	-0.2
Secção 3	0.0674	0.064	-5
Secção 4	0.0602	0.0569	-5.4

d)			
x	$h_{exp}$ (m)	$h_{num}$ (m)	$\delta$ (%)
Secção 1	0.09	0.0879	-2.3
Secção 2	0.0829	0.0793	-4.4
Secção 3	0.0795	0.0741	-6.8
Secção 4	0.0712	0.0657	-7.7

Na soleira, o regime de escoamento passa de lento a rápido. O regime crítico calculado com base na distribuição hidrostática de pressões situa-se, para os três maiores caudais estudados, entre as secções 1 e 2, tal como referido em Cabrita (2007).

Na Figura 5 ilustram-se alguns perfis de velocidade obtidos experimental e numericamente, para  $Q=49$  l/s. Nas secções 2 e 3, os resultados numéricos e experimentais são próximos, sendo as diferenças relativas médias (em valor absoluto) iguais a 5.3 e 2.6%. Na secção 4 observa-se uma diferença assinalável entre os perfis, o que resultará fundamentalmente da incorreta estimativa da velocidade por via experimental, devido à curvatura do escoamento. Para os restantes caudais, as diferenças relativas médias nas secções 2 e 3 foram respetivamente iguais a 5.9 e 3.2%, para  $Q=35$  l/s, 7.0 e 3.3%, para  $Q=42$  l/s, e 4.4 e 2.8%, para  $Q=56$  l/s.

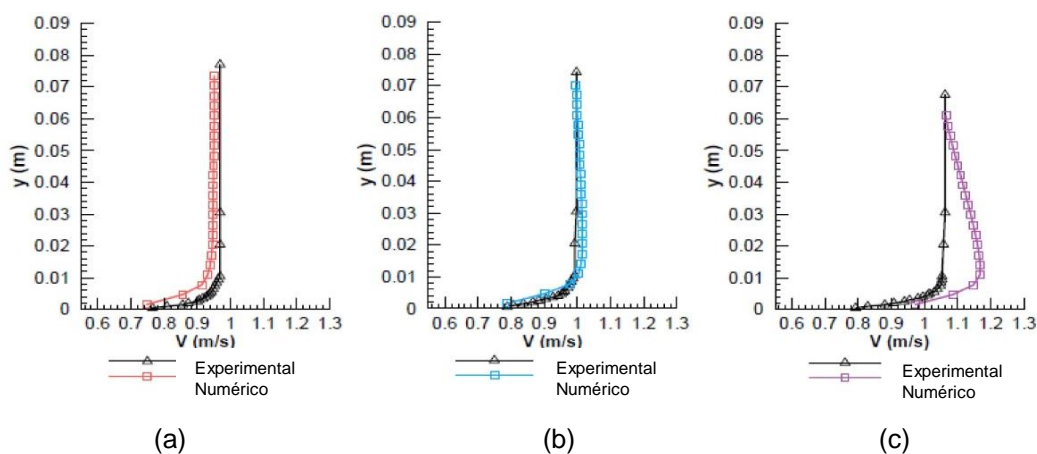


Figura 5 – Perfis de velocidade experimentais e numéricos na soleira espessa para  $Q=49$  l/s e malha 4: (a) secção 2; (b) secção 3; (c) secção 4.

### 5.3 Canal descarregador em degraus

Na Fig. 6 apresentam-se, para cada caudal, as alturas do escoamento obtidas experimental e numericamente em simulações realizadas com a malha 5. Verifica-se que os resultados numéricos traduzem a ondulação da superfície livre, assim como se ajustam bem aos valores no eixo do descarregador, disponíveis para  $Q=35$  l/s (Fig. 6a). Para os restantes caudais, apresentam-se apenas as alturas medidas na parede esquerda do descarregador, que são em geral superiores às obtidas numericamente, como seria expectável, atendendo ao empolamento da veia líquida junto da parede.

A Fig. 7 ilustra as alturas do escoamento obtidas numericamente para os quatro caudais em estudo, em simulações efetuadas com a malha 5. Verifica-se que as alturas aumentam com o caudal, e que a amplitude da ondulação diminui com o caudal. O degrau em que, para cada caudal, se verifica um aumento da altura do escoamento (por exemplo, 6.º degrau para  $Q=35$  l/s e 7.º degrau para  $Q=49$  l/s), corresponde ao degrau em que se começa a verificar a entrada de ar no escoamento. É possível afirmar que o FLOW-3D<sup>®</sup> reconhece que com o aumento do caudal há uma diminuição na quantidade de ar que entra no sistema e um deslocamento para jusante da secção da entrada de ar, o que seria expectável.



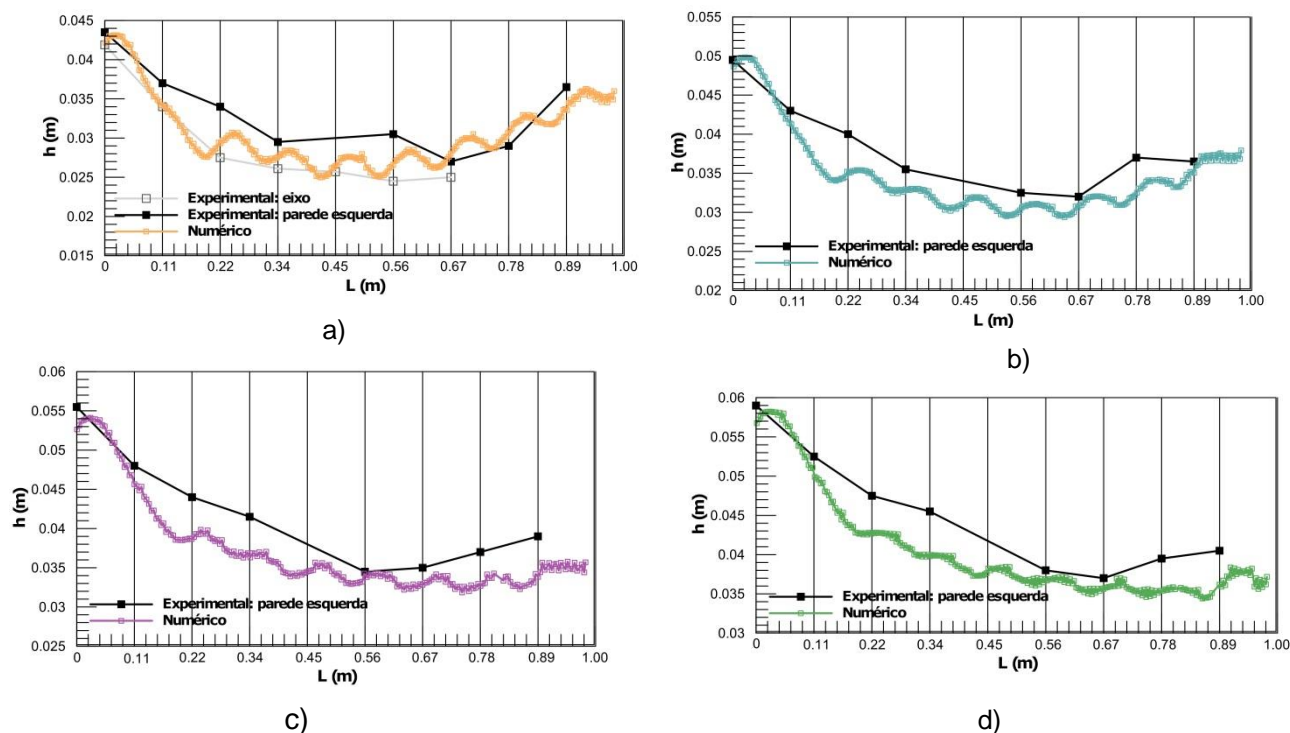


Figura 6 – Alturas experimentais e numéricas no canal descarregador em degraus: a)  $Q=35$  l/s; (b):  $Q=42$  l/s; (c)  $Q=49$  l/s; (d)  $Q=56$  l/s.

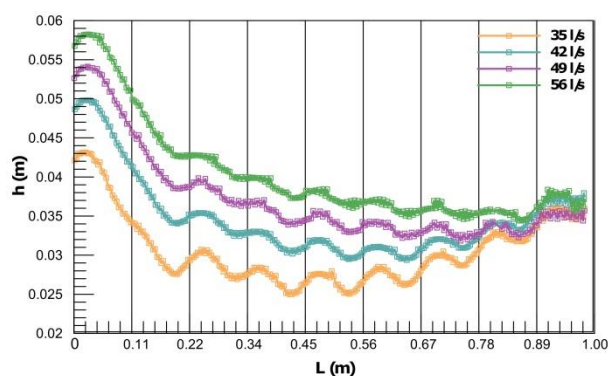


Figura 7 – Alturas do escoamento obtidas numericamente para os caudais em estudo.

Compararam-se os perfis de velocidade experimentais e numéricos em algumas verticais do canal descarregador e calcularam-se as respetivas diferenças relativas médias (em valor absoluto). Apenas foram medidas, experimentalmente, velocidades para os caudais de 35 e 42 l/s (Figura 8, para as verticais 2 a 4). Para  $Q=35$  l/s, as diferenças relativas médias nas verticais 2 a 7 estão compreendidas entre cerca de 10 e 14%; para  $Q=42$  l/s, situam-se entre cerca de 8 e 20%, sendo, assim, consideráveis. A análise dos valores do caudal unitário obtidos a partir da integração dos perfis de velocidade experimentais, e posterior comparação com os valores adotados nos ensaios experimentais, sugere que a velocidade do escoamento obtida por meio do tubo de Pitot tenha sido, em geral, sobrestimada.

Julga-se que tal poderá ser explicado, em parte, pela curvatura das linhas de corrente nas verticais de medição, conduzindo a um deficiente alinhamento do tubo de Pitot em relação à direção do escoamento, assim como pela flutuação da superfície livre, em particular no trecho mais próximo da secção de afloramento da camada limite. Por outro lado, resultará também da utilização de uma aproximação de diferenças finitas de 1.<sup>a</sup> ordem no processo de discretização, analogamente ao observado por Nunes (2017).

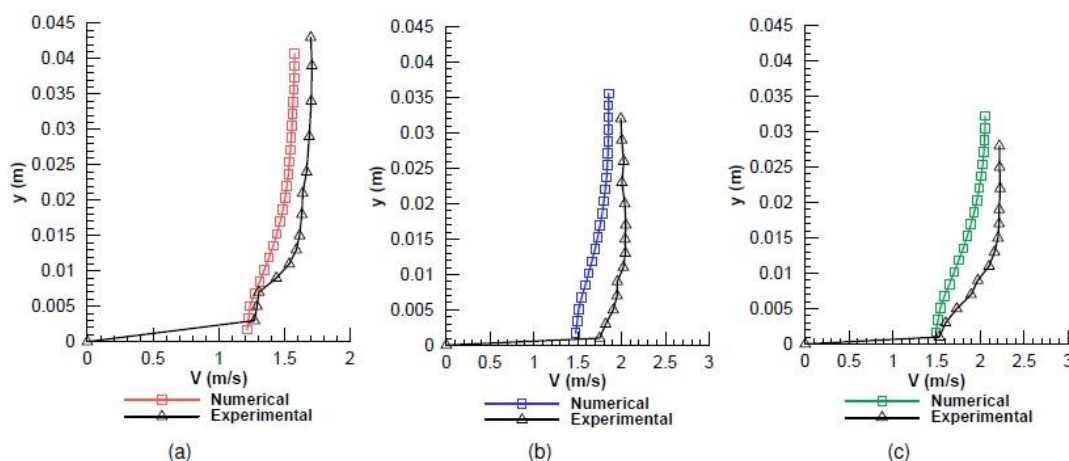


Figura 8 – Perfis de velocidade numéricos e experimentais em três verticais ( $Q=42$  l/s e malha 5):  
(a) vertical 2; (b) vertical 3; (c) vertical 4.

## 6. CONCLUSÕES

Os resultados obtidos indicam que o *software* FLOW-3D<sup>®</sup> permite simular adequadamente o escoamento deslizante sobre turbilhões em descarregadores em degraus, no trecho sem emulsão de ar. Na soleira descarregadora, a média (em valor absoluto) das diferenças relativas entre os valores do caudal obtidos experimentalmente e os resultantes da integração numérica dos perfis de velocidade do escoamento, utilizando a regra dos trapézios, foi de 3%. O andamento qualitativo dos perfis da superfície livre correspondentes aos vários caudais é adequadamente reproduzido, sendo o valor médio (absoluto) das diferenças relativas da altura do escoamento obtida por via experimental e numérica igual a 4%. No que respeita à velocidade do escoamento, obtiveram-se diferenças relativas (em valor absoluto) inferiores em média a 5%.

No canal descarregador, a média (em valor absoluto) das diferenças relativas entre os valores experimentais do caudal e os valores resultantes da integração numérica dos perfis de velocidade (utilizando a regra dos trapézios) foi 3%. Verificou-se que as simulações reproduzem adequadamente o perfil ondulado da superfície livre do escoamento no canal descarregador em degraus, sendo esta ondulação mais expressiva para os menores caudais. As diferenças relativas (em valor absoluto) entre os valores numéricos e

experimentais da altura do escoamento foram em média iguais a 7%. Relativamente à velocidade do escoamento, obtiveram-se diferenças relativas (em valor absoluto) em média de 14%.

Computacionalmente, a caracterização quantitativa do desenvolvimento da camada limite e da região arejada do escoamento constitui um desafio. Os resultados permitiram concluir que os valores relativos à entrada de ar obtidos com o FLOW-3D<sup>®</sup> são muito dependentes da dimensão da malha, do valor do coeficiente de tensão superficial e de algumas outras opções numéricas, pelo que não podem ser considerados rigorosos. Algumas diferenças mais expressivas entre os resultados numéricos e experimentais podem ser explicadas pela impossibilidade de reproduzir a natureza tridimensional do escoamento turbulento em simulações 2D. Com efeito, a evolução da vorticidade em 2D é diferente da evolução da vorticidade em 3D, nomeadamente porque os mecanismos de dissipação de energia dos turbilhões não são adequadamente representados em 2D. Este facto pode ter afetado, por exemplo, os valores da energia cinética turbulenta e, consequentemente, os resultados relativos à entrada de ar, pelo que só com a anulação do coeficiente de tensão superficial foi possível captar a ocorrência de entrada de ar no descarregador. É também importante assinalar que as simulações foram realizadas tendo em conta as equações médias de Reynolds, que sendo aceitáveis para a caracterização das variáveis em estudo, constituem uma aproximação e simplificação da realidade.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

André e Ramos (2003). *Hidráulica de descarregadores de cheia em degraus e aplicação a descarregadores com paredes convergentes*. Trabalho final de curso, Instituto Superior Técnico, Lisboa.

Bombardelli, F.A., Hirt, C.W., García, M.H. (2001). Discussion on “Computations of curved free surface water flow on spiral concentrators”, by Matthews et al. *Journal of Hydraulic Engineering*, ASCE 127(7):629–631

Cabrita, J. (2007). *Caracterização do escoamento deslizante sobre turbilhões em descarregadores de cheias em degraus com paredes convergentes*. Tese de Mestrado, Instituto Superior Técnico, Lisboa.

Chanson, H. (2002). *The hydraulics of stepped chutes and spillways*. Balkema, Lisse, Holanda.

Fael, C. (2000). *Escoamento em quedas sucessivas: ocorrência e dissipação de energia*. Tese de Mestrado, Instituto Superior Técnico, Lisboa.

Flow Science, Inc. (2015). FLOW-3D User Manual. Versão 11.0.3, Santa Fe, New Mexico, EUA.

Hirt, C.W. e Nichols, B.D. (1981). Volume of Fluid (VOF) method for the dynamics of free boundaries. *Journal of Computational Physics*, 39:201–225.

Hirt, C.W. (2003). *Modeling turbulent entrainment of air at a free surface*. Flow Science, Inc., Technical Note 61 FSI-03-TN61.

Lúcio, I (2015). *Modelação numérica do escoamento deslizante sobre turbilhões em descarregadores de cheias em degraus: aplicação a pequenas barragens de aterro*. Dissertação de Mestrado. Instituto Superior Técnico. Lisboa.

Meireles, I., Bombardelli, F. e Matos, J. (2014). Air entrainment onset in skimming flows on steep stepped spillways: an analysis. *Journal of Hydraulic Research*, 52(3):375–385.

Nunes, F. (2017). *Modelação computacional do escoamento deslizante sobre turbilhões em descarregadores de cheias em degraus com paredes convergentes*. Dissertação de Mestrado. Instituto Superior Técnico. Lisboa.