

# A MORFOLOGIA MATEMÁTICA NA ARQUITECTURA DOS SISTEMAS HIDROGEOLÓGICOS

Pedro PINA<sup>1</sup>; Luís RIBEIRO<sup>2</sup>; Fernando MUGE

## RESUMO

Para melhor compreender o fluxo e a circulação de poluentes em meios porosos desenvolveu-se uma metodologia que integra técnicas geoestatísticas e operadores de morfologia matemática. A metodologia foi aplicada em 2 fases distintas numa área do aquífero superficial da Península de Setúbal.

Numa primeira fase, foi construído um modelo de intercorrelação espacial entre unidades hidro-estratigráficas que permita analisar a sua dependência estrutural, as anisotropias geométricas e outras características estruturais dos depósitos geológicos. Este modelo serviu para construir por simulação condicional com base nos dados litológicos disponíveis, diversas imagens das unidades hidrogeológicas com incerteza associada.

Numa segunda fase e com o auxílio de técnicas da Morfologia Matemática, melhorou-se o modelo, pela integração do grafo de relações de vizinhança entre unidades, estimando desse modo a conectividade entre elas e identificando os corpos aquíferos isolados.

**Palavras-chave:** Hidrogeologia, Geoestatística, Morfologia Matemática, Conectividade, Simulações Condicionais

---

<sup>1</sup> Investigador, CVRM / Instituto Superior Técnico, Av. Rovisco Pais, 1096 Lisboa

<sup>2</sup> Prof. Auxiliar, CVRM / Instituto Superior Técnico, Av. Rovisco Pais, 1096 Lisboa

<sup>3</sup> Prof. Auxiliar, CVRM / Instituto Superior Técnico, Av. Rovisco Pais, 1096 Lisboa

## 1 - INTRODUÇÃO

A Morfologia Matemática nasceu em 1964 devido aos trabalhos pioneiros de G. Matheron resultantes do estudo de permeabilidade dos meios porosos em relação com a sua geometria ou textura. A ideia de quantificar a textura de objectos a partir de elementos estruturantes de forma geométrica conhecida serviu de base à criação da Morfologia Matemática.

Como corpo teórico, a Morfologia Matemática tem as suas raízes na geometria integral, nas probabilidades geométricas, nos processos estocásticos e na topologia algébrica. A Morfologia Matemática lida com conjuntos em espaços euclidianos e digitais, considerando as funções definidas no espaço  $n$ -dimensional como conjuntos particulares de dimensão  $n+1$ . Esta atitude conduz a enfatizar as operações não lineares (por exemplo: sup e inf) em detrimento das operações lineares (por exemplo, adição e subtracção). As topologias do tipo HMT (Hit-or-Miss Topologies) desenvolvidas no quadro da Morfologia Matemática (MATHERON, 1969; 1975) e (SERRA, 1982) permitem uma adaptação visão probabilista da morfologia em que a Álgebra- $\sigma$  dos acontecimentos é gerada por combinações numeráveis de uniões e intersecções de conjuntos abertos.

A aplicação recente da Morfologia Matemática em hidrogeologia é praticamente inexistente. Conhece-se a sua introdução e aplicação de uma forma pouco aprofundada em alguns poucos trabalhos, nomeadamente, na simulação de redes de drenagem (BENHAMOU, 1987), na hidrogeologia de meios fracturados (BILLAUX, 1990) ou na definição de uma nova métrica geodésica (SOILLE, 1992).

## 2 - A CARACTERIZAÇÃO MORFOLÓGICA

A morfologia matemática, que tem como objectivo principal quantificar estruturas do ponto de vista geométrico, é aplicada para caracterizar a contiguidade 3D entre unidades estratigráficas.

Baseia-se na interacção do conjunto de objectos em estudo com outro objecto de forma conhecida, denominado elemento estruturante. Estas operações têm um carácter global, uma vez que a interacção entre o elemento estruturante e o conjunto se processa na totalidade do campo em análise.

A transformação ou evolução do conjunto inicial ao longo das sucessivas operações, evidencia progressivamente as suas características estruturais, registadas ao longo dos novos conjuntos gerados. Por isso, o conjunto resultante da transformação ou sequência de transformações é mais simples do que o conjunto inicial.

Os operadores da morfologia matemática podem ser aplicados a imagens binárias (denominados conjuntos) ou a imagens em níveis de cinzento (denominadas funções). Assim, além das medições directas que podem ser efectuadas (áreas, volumes, perímetros, factores de forma, ...), a sua contribuição sob a forma de critérios específicos ajudará à definição de importantes características, como por exemplo, a identificação de estruturas isoladas, ou à caracterização dos resultados de estimação (ou simulação) de acordo com a forma e a granulometria, e no estabelecimento do grafo de relações de vizinhança entre estruturas.

Os critérios morfológicos podem ser classificados segundo as características de dispersão, tamanho e conectividade.

A abordagem morfológica do estado de dispersão de um conjunto de unidades (corpos ou objectos) é efectuada através da transformação erosão utilizando um elemento estruturante anisótropo e não convexo (par de pontos distanciados de  $h$ ). Além de permitir, por exemplo,

detectar alinhamentos preferenciais (anisotropias), pode também ser utilizada para determinar a ocorrência de periodicidades nas estruturas existentes numa imagem.

O critério de tamanho consiste na aplicação de transformações crescentes, anti-extensivas (extensivas) e idempotentes. Por exemplo, a transformação por abertura morfológica, ao verificar os axiomas de Matheron, é uma granulometria. Ao contrário dos métodos clássicos que só podem ser aplicados a conjuntos de partículas individualizadas, a granulometria por aberturas morfológicas de tamanho crescente pode ser aplicada a redes interconectadas: após aplicação de uma abertura de tamanho  $nB$  vão subsistindo as partículas ou conjuntos de partículas nas quais cabe pelo menos um elemento estruturante  $nB$ .

O critério de conectividade é utilizado para estudar componentes conexas, recorrendo a transformações de vizinhança, sendo as mais importantes as que verificam a propriedade topológica de homotopia.

As relações topológicas entre as várias unidades podem ser determinadas mesmo que não exista uma contiguidade espacial entre as várias unidades.

A determinação de uma zona de influência de cada unidade (aplicação de espessamento homotópico até à idempotência seguido da operação de escafoamento, ou seja a determinação do esqueleto por zonas de influências ou SKIZ das unidades), permitirá caracterizar unidades isoladas e, ao se efectuar essa partição do espaço, construir o grafo de relações de vizinhança.

De uma maneira geral, esta metodologia que sintetiza as transformações da morfologia matemática, consiste em associar um critério específico a cada tipo de objecto a ser eliminado. A aplicação do critério danifica todas as estruturas que constituem um conjunto ou imagem, havendo no entanto, algumas dessas estruturas (as que se querem identificar) que se podem caracterizar por uma deformação típica sofrida.

### 3 - SIMULAÇÕES CONDICIONAIS

Como caso de estudo utilizámos a área de Vale de Milhaços localizada na Península de Setúbal (ver Figura 1).

O aquífero é não confinado sendo a extensão da área em estudo de  $35\text{km}^2$ . Litologicamente a unidade é constituída por areias, areias argilosas, cascalho, grés e argilas com uma espessura média de 100m.

A produtividade dos poços varia entre 2 a 20 litros/seg.

Os logs litológicos de 84 furos foram discretizados em intervalos de 1 m até a profundidade máxima de 70 m, segundo um critério de classificação litológico em 3 tipos: indicatriz 1 - impermeável; indicatriz 2 - menos permeável; indicatriz 3 - mais permeável.

Obtivemos desta forma 5809 dados.

O Quadro 1 mostra que na área em estudo prevalece o material mais permeável.

**Quadro 1**

Proporção da fácies existente

indicatriz 1	Indicatriz 2	indicatriz 3
0.272	0.198	0.530

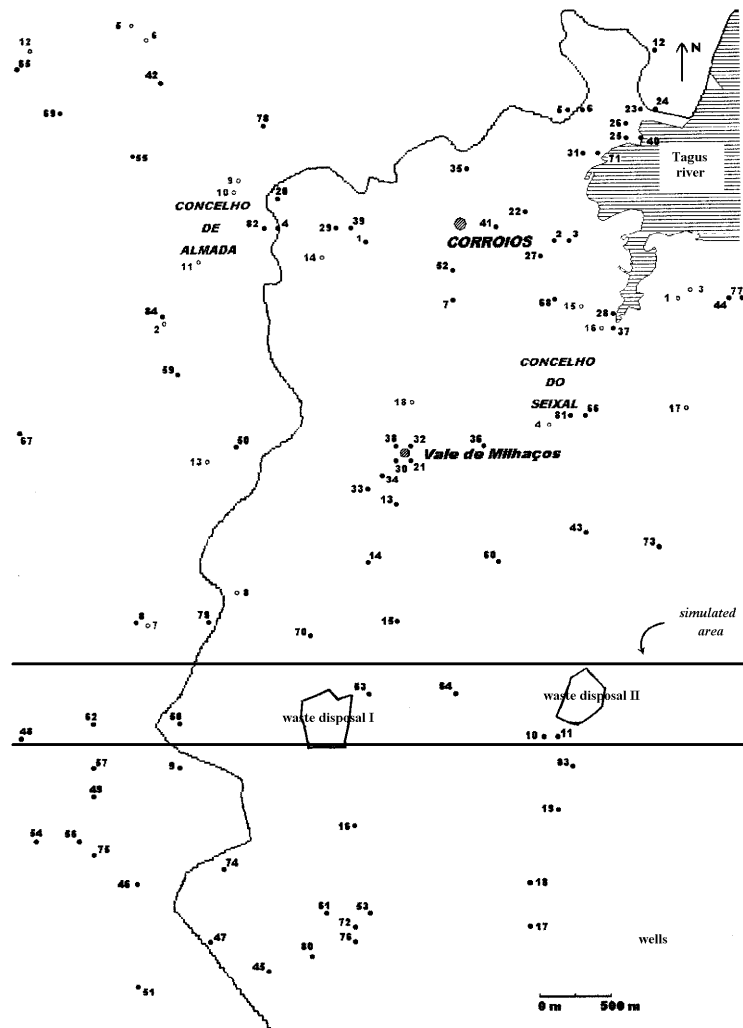


Figura 1 - Mapa com a localização da área em estudo

Com base nestes dados codificados realizou-se uma análise estrutural completa que consistiu no cálculo de variogramas e co-variogramas direccionais

Como era de esperar foi detectada uma anisotropia geométrica significativa entre as direcções horizontal e vertical.

Os variogramas foram modelados por esquemas esféricos para as 3 litoclasses (ver figura 2).

Foram então realizadas Simulações Condicionais usando 2 tipos de modelos de acordo com a prévia análise dos arranjos mútuos entre as indicatrizes: o modelo tipo mosaico e o modelo tipo resíduos de indicatrizes ( cf. MUGE *et al.*, 1996).

Estas simulações foram realizadas em blocos de dimensões 20m X 100m X 0.5m . A área foi então discretizada em 210000 blocos.

A média dos valores simulados para as 3 indicatrizes é semelhante à média experimental (ver Quadro 2).

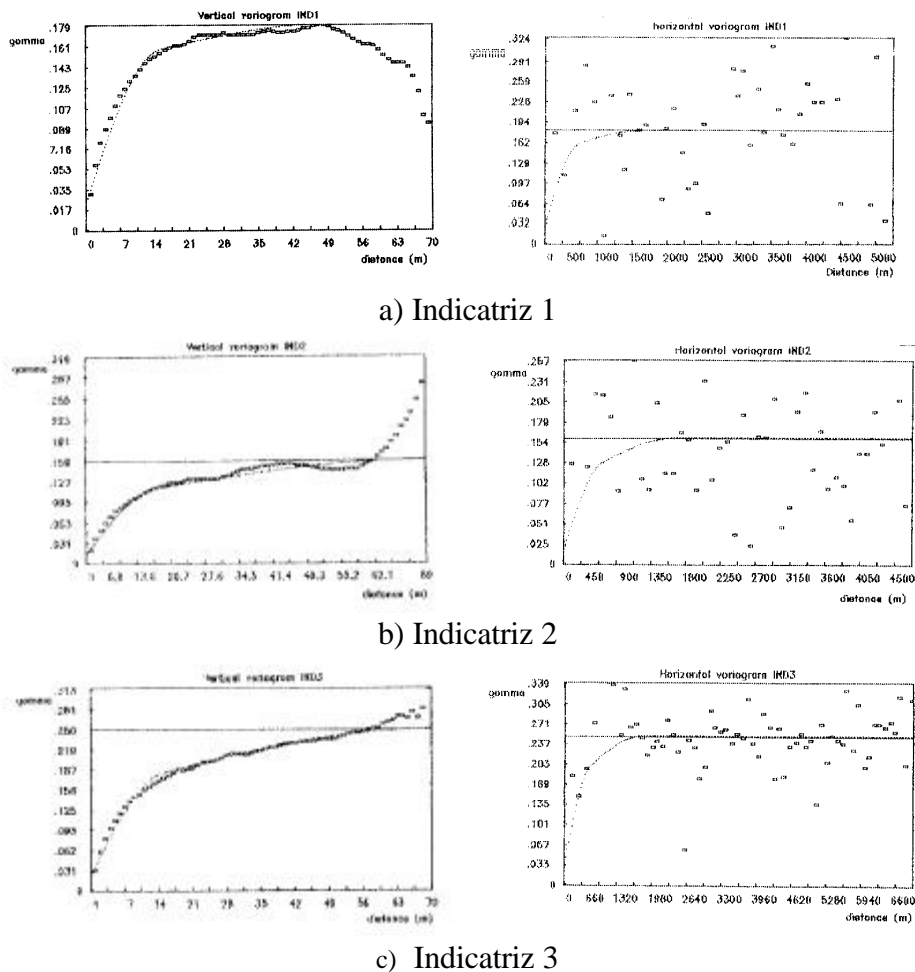


Figura 2 - Variogramas de indicatriz e modelos ajustados

Quadro 2

Proporção da fácies litológica (real e simulada)			
Modelo	indicatriz 1	Indicatriz 2	indicatriz 3
experimental	0.122	0.274	0.604
simulado	0.117	0.274	0.609

#### 4 - PÓS-PROCESSAMENTO DE IMAGENS SIMULADAS

A definição de corpos regulares em imagens simuladas é de difícil elaboração devido à dispersão de cada unidade hidro-estratigráfica detectada.

Esta tarefa é então realizada por intermédio dos operadores de morfologia matemática via processamento das imagens simuladas.

Cada unidade é uma imagem binária sendo a ordem de processamento de imagens estabelecida de acordo com certo grau de dispersão. À medida que as imagens são sequencialmente processadas os pontos removidos (ou adicionados) de uma imagem são criteriosamente adicionados (ou removidos) a outras unidades.

Foi então criado um algoritmo em 3 etapas:

(i) Filtragem dos aglomerados fracos

Esta fase consiste na supressão das pequenas estruturas e pontos isolados, realizada por uma acção de desbaste (adelgaçamento com a letra E do alfabeto de Golay como uma configuração de vizinhança) de pequena dimensão seguida de supressão de pontos isolados (adelgaçamento com a letra I).

Como resultado destas operações os aglomerados fracos são suprimidos e os fortes retidos.

(ii) Ligação dos aglomerados fortes

Esta fase consiste numa pequena operação de encerramento (dilatação seguida de erosão) sequencialmente aplicada a cada conjunto, permitindo definir unidades mais regulares.

(iii) Condicionamento das unidades processadas às suas relativas proporções

De facto o processamento efectuado nas fases anteriores criou um novo arranjo espacial de pontos que pode distorcer a proporção relativa de cada unidade presente (talvez mais evidente em (ii) do que em (i)), onde um aumento da proporção de cada unidade pode ser causada pelo decréscimo de outra unidade ou unidades. Assim, de modo a re-introduzir as proporções iniciais de cada unidade são aplicados adelgaçamentos sucessivos (com a letra L) a cada um dos conjuntos.

Na Figura 3 estão representadas 3 imagens de uma secção geológica correspondente à sequência de operações efectuadas: Imagem com indicação de probabilidades, imagem com indicação da proporção das 3 unidades (antes do processamento) e imagem com indicação da proporção das 3 unidades (após o processamento por operadores de Morfologia Matemática)

Para estudar com mais detalhe o tipo de relações de vizinhança presente nas imagens simuladas pode-se aplicar o conceito de função de vizinhança introduzido por JEULIN (1988) e posteriormente utilizado por GRZEBYK (1993):

$$r_i^j(r) = \frac{S[(X_i \oplus r) \cap X_j] / S(X_j)}{S[(X_i \oplus r) \cap (\cup_{j \neq i} X_j)] / S(\cup_{j \neq i} X_j)}$$

(1)

Esta função é o quociente entre a frequência ( $f_i^j(r)$ ) da distância de um ponto em  $X_j$  à fronteira em  $X_i$  (isto é a proporção de pontos em  $X_j$  cuja distância a  $X_i$  é menor que  $r$ ) e a frequência ( $f_i(r)$ ) da distância de um ponto localizado fora de  $X_i$  à fronteira de  $X_i$  (isto é a proporção de pontos fora de  $X_i$  cuja distância a  $X_i$  é menor que  $r$ ).

Podem ser consultados em MUGE *et al.* (1996), alguns resultados obtidos pela aplicação destas funções de vizinhança

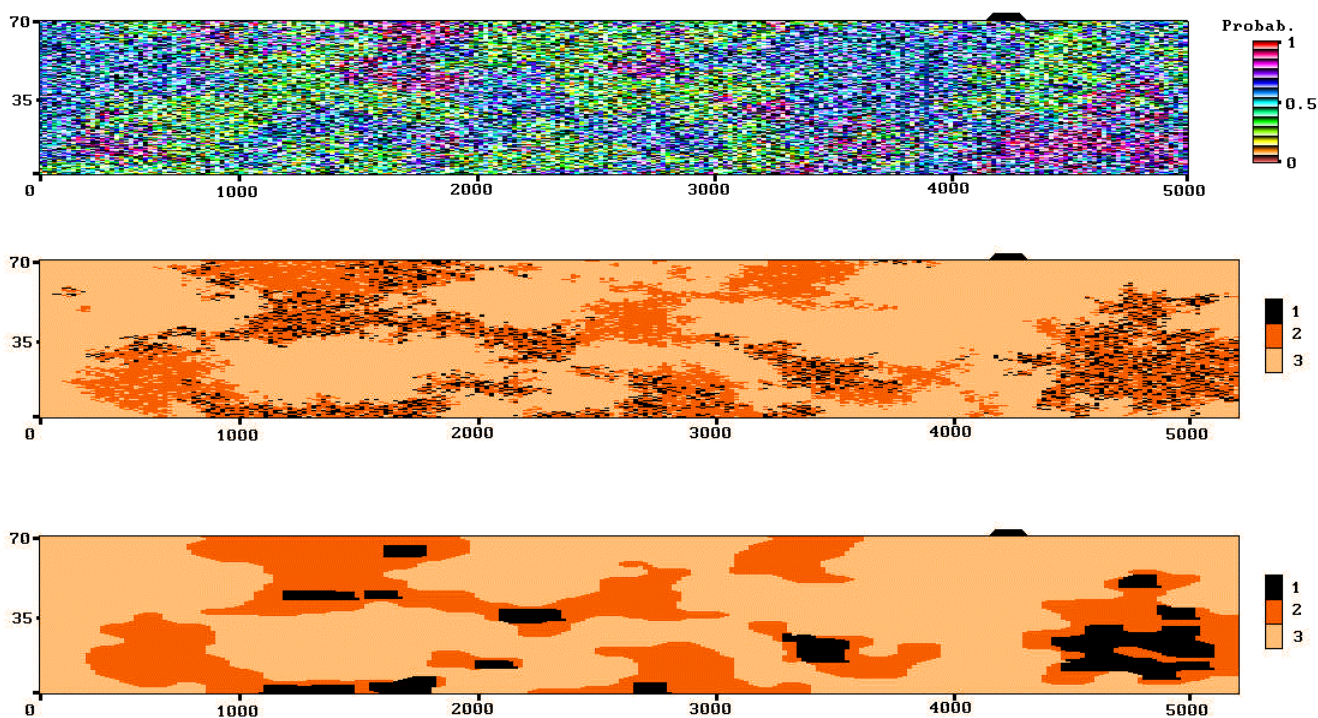


Figura 3 - 3 imagens de perfis simulados: Imagem das probabilidades de encontrar material permeável; imagem das 3 unidades litológicas antes do processamento e imagem das 3 unidades após o processamento.

## 5 - O QUE SE SEGUE: A REPRESENTAÇÃO A 3 DIMENSÕES

O estudo de diferentes objectos ou corpos pode ser efectuado sobre informação 2D, fornecida em geral, através de uma sequência de secções paralelas que intersectam o objecto.

Um estudo mais completo pode, no entanto, ser efectuado se conhecer o corpo ou objecto na sua forma tridimensional. A inferência do objecto pode ser conseguida utilizando a informação disponível (série de secções paralelas do objecto), de forma a efectuar uma reconstrução tridimensional do objecto.

Nos últimos anos, vários têm sido os algoritmos propostos por diversos autores, de certa forma relacionados com a aplicação em estudo e com os objectivos pretendidos, para efectuar a reconstrução 3D de objectos.

No entanto, Boissonnat propôs um algoritmo que, atendendo às várias e principais dificuldades que normalmente se encontram neste tipo de problemas (aparecimento de ramificações, existência de diferente número de vazios entre secções adjacentes), se pode considerar generalista. Baseia-se em técnicas de análise digital de imagem e consiste em determinar o volume do objecto cuja fronteira ou superfície é um poliedro constituído por faces triangulares. Este volume obtido pelo estudo simultâneo entre duas secções adjacentes através de uma triangulação de Delaunay: primeiro pelo processamento em cada secção (triangulação 2D), e só depois pela sua conexão (triangulação 3D). A triangulação 3D utiliza o resultado da triangulação 2D das duas secções adjacentes para criar tetraedros que preencherão o volume entre elas.

Depois de efectuada a reconstrução do corpo a sua visualização 3D pode ser efectuada utilizando modelos de representação de arame (wireframe) ou sombreado (shaded).

A escassez de informação (reduzido número de secções disponíveis) ou a necessidade de criar corpos ou objectos que apresentem uma maior resolução (smoother objects), justifica a necessidade de se introduzir nova informação. Tal informação adicional, consiste em interpolar secções intermédias entre duas secções adjacentes. Pode ser efectuada pelos operadores da morfologia matemática através de uma sequência de transformações em tudo-ou-nada (hit-or-miss transforms).

## AGRADECIMENTO

Este trabalho é suportado financeiramente pela JNICT (Junta Nacional de Investigação Científica e Tecnológica) integrando-se no projecto nº.PBICT/CTA/2076/95, intitulado: Caracterização Morfológica de Unidades Hidro-Estratigráficas.

## BIBLIOGRAFIA

BENHAMOU, M. - *Déscription et simulation des réseaux de drainage par analyse d'images*. Ph D thesis, Paris, France, ENSMP, 1987, 212 pp..

BILLAUX, D. - *Hydrogéologie des milieux fracturés. Géometrie, connectivité et comportement hydraulique*. Orleans, France, BRGM, doc 186, 1990, 277 pp..

GRZEBYK, M. - Quantitative Study of an Evolutionary Soil Sequence, in A. Soares (ed), *Geostatistics Troia'92*, vol.2, p.817-828. The Netherlands, Kluwer Acad. Pub., 1993.

JEULIN, D. - Mathematical Morphology and Materials Image Analysis, *Scanning Microscopy*, 2, pp.165-183, 1988 .

MATHERON, G. - *Éléments pour une théorie des milieux poreux*, Paris, Masson, 1967.

MATHERON, G. - *Random Sets and Factorial Geometry*, NYC, J.Wiley, 1975.

MUGE, F.; RIBEIRO, L.; PINA P.; OLIVEIRA V. - 'Morphological Characterization of the Spatial Variability of Hydrostratigraphic Units' - *5th International Geostatistics Congress*, 12p., Wollongong, Australia, 1996.

SERRA, J. - *Image Analysis and Mathematical Morphology*, London, Academic Press, 1962.

SOILLE, P. - *Morphologie Mathématique: du relief à la dimensionalité* - Algorithmes et méthodes. PhD thesis, Belgium, Univ. Cath. Louvain, 1992.