



ASSOCIAÇÃO PORTUGUESA DOS RECURSOS HÍDRICOS



**ABES ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE
ENGENHARIA SANITÁRIA E AMBIENTAL**

6

I SIMPÓSIO LUSO-BRASILEIRO DE
ENGENHARIA SANITÁRIA E AMBIENTAL

SISTEMAS DE PRODUÇÃO E DISTRIBUIÇÃO DE ÁGUA

ANÁLISE COMPARATIVA DE MÉTODOS ITERATIVOS PARA O
CÁLCULO HIDRÁULICO DE REDES MALHADAS

Armando SILVA AFONSO

Engenheiro Consultor. Prof. Aux. de Hidráulica do
Instituto Superior de Engenharia de Coimbra, Portugal.

Pedro MADEIRA AFONSO

Assistente Eventual de Hidráulica do
Instituto Superior de Engenharia de Coimbra, Portugal.

RESUMO

Referem-se diversos métodos de aproximações sucessivas para o cálculo hidráulico de redes malhadas, nomeadamente o método de Hardy Cross, o método de Newton-Raphson e o método desenvolvido em Portugal pelo primeiro autor.

Apresenta-se uma análise comparativa destes métodos em relação à rapidez da convergência, referindo os efeitos resultantes da adopção de técnicas de aceleração do cálculo, em particular a utilização de factores de convergência.

1. INTRODUÇÃO

O Grupo de Hidráulica do Instituto Superior de engenharia de Coimbra está a desenvolver diversos estudos no domínio da convergência de métodos iterativos para o cálculo hidráulico de redes malhadas.

Na presente comunicação apresentam-se alguns resultados obtidos no domínio da análise comparativa dos métodos mais correntemente utilizados em Portugal, nomeadamente o método de Hardy Cross, o método de Newton-Raphson e o método desenvolvido em Portugal pelo primeiro autor (AFONSO 1978).

2. ANÁLISE COMPARATIVA. EXEMPLOS

Nas figuras 1 a 6 apresentam-se exemplos de sistemas malhados, alguns dos quais adaptados a partir de situações reais, bem como um quadro resumo do número de iterações necessárias à análise hidráulica dos sistemas por cada um dos métodos atrás referidos, considerando uma aproximação a 0,01 l/s.

Esta aproximação é sem dúvida exagerada para a prática corrente, mas dado o carácter e objectivos da presente comunicação, considerou-se de interesse uma maior precisão do cálculo.

Os valores que se indicam para caudais de entrada ou de saída em nós referem-se a l/s, e os valores indicados dentro de um círculo dizem respeito a caudais de percurso.

Os comprimentos e diâmetros das diversas condutas estão indicados nas figuras, tendo-se considerado a utilização de tubagens de fibrocimento para todos os exemplos, com excepção do 4º., onde se admitiu o emprego de P.V.C..

Considerou-se dispensável a apresentação do cálculo hidráulico desenvolvido correspondente a cada uma das situações apresentadas, não só por tornar excessivamente extensa a presente comunicação, mas também por se tratar de métodos já suficientemente divulgados.

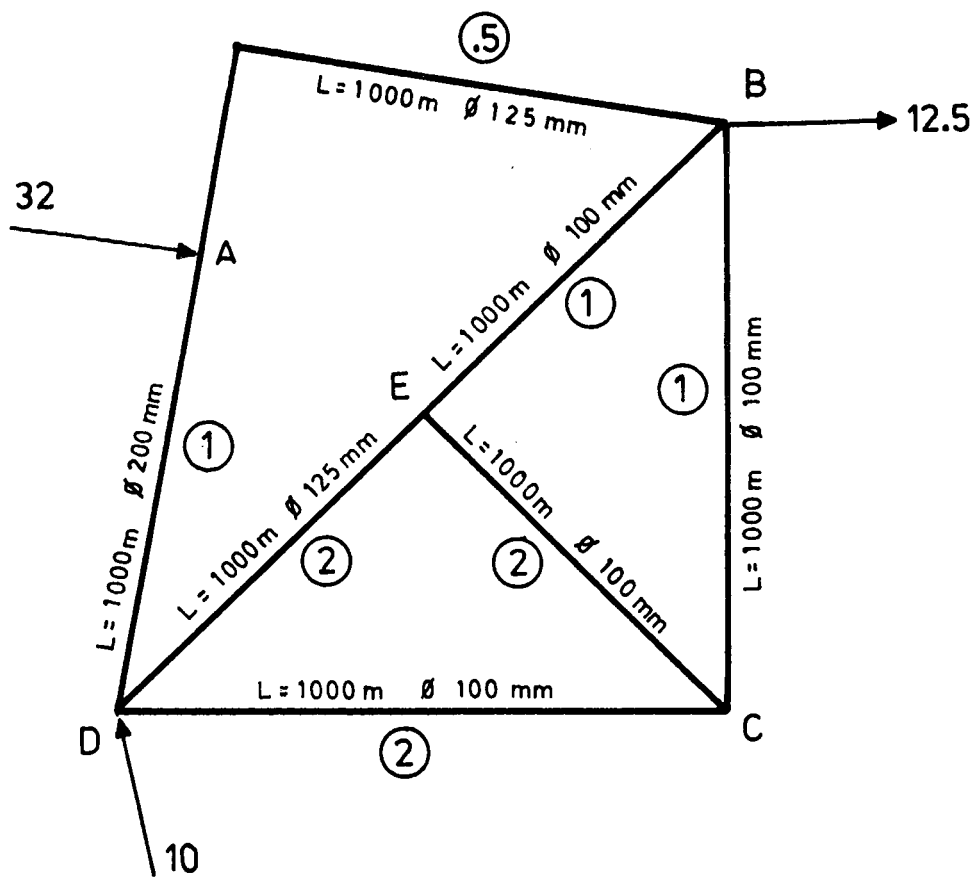
Em cada exemplo, os caudais inicialmente arbitrados foram os mesmos para cada um dos métodos.

3. CONSIDERAÇÕES SOBRE OS RESULTADOS OBTIDOS

Os resultados que se apresentam permitem desenvolver algumas considerações sobre a rapidez de convergência dos métodos utilizados.

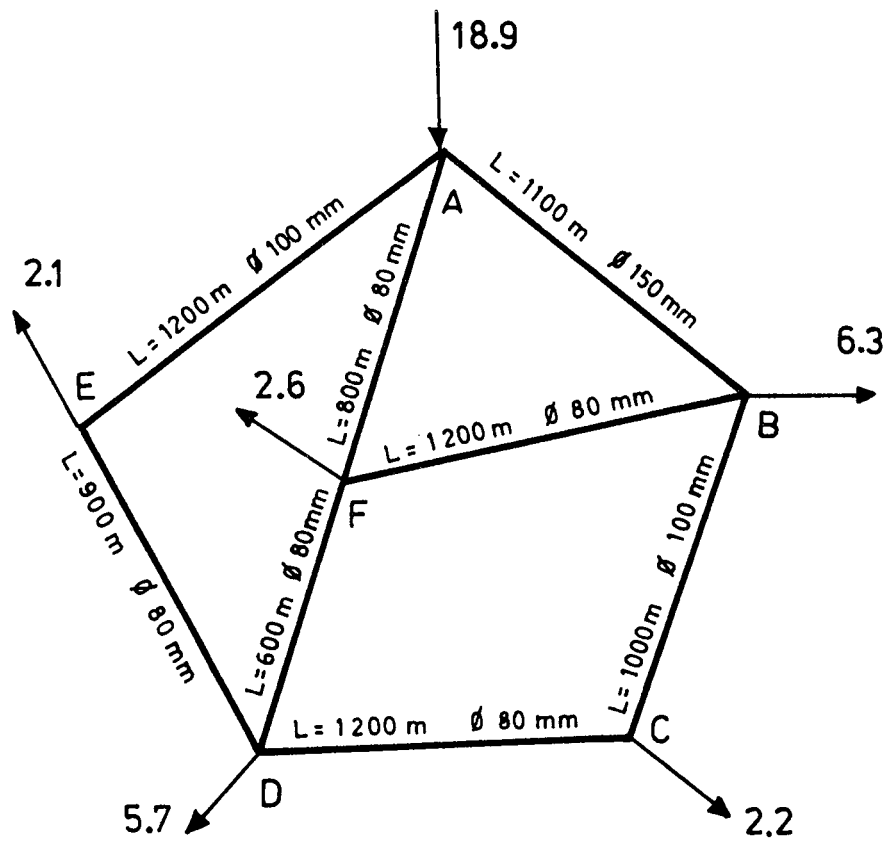
Assim, e dum modo geral, os exemplos apresentados indicam o método de Hardy Cross como o mais lento em termos de convergência. Na verdade, e salvo o 1º exemplo, o método de H. Cross exigiu sempre a realização de um número de iterações superior ao dos outros métodos, conduzindo mesmo a uma situação de divergência (3º exemplo).

Entre o método de Newton-Raphson e o do primeiro autor, este último revela-se de convergência mais uniforme e, dum modo geral, mais rápida. Efectivamente, o número de iterações necessárias com este método oscilou entre 6 e 9, enquanto o método de Newton-Raphson necessitou de um número de iterações entre 5 e 11 para os exemplos apresentados.



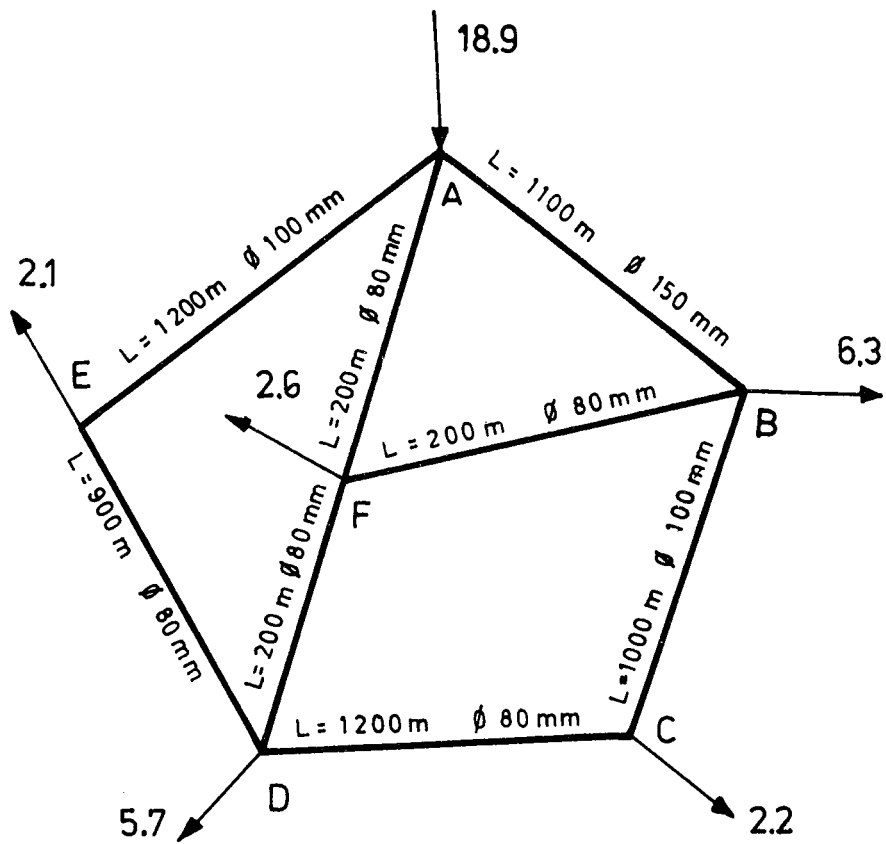
MÉTODO	Nº DE ITERAÇÕES
H. CROSS	10
NEWTON - RAPHSON	11
A. AFONSO	9

Figura 1. Exemplo 1 - Esquema da rede e quadro resumo das iterações.



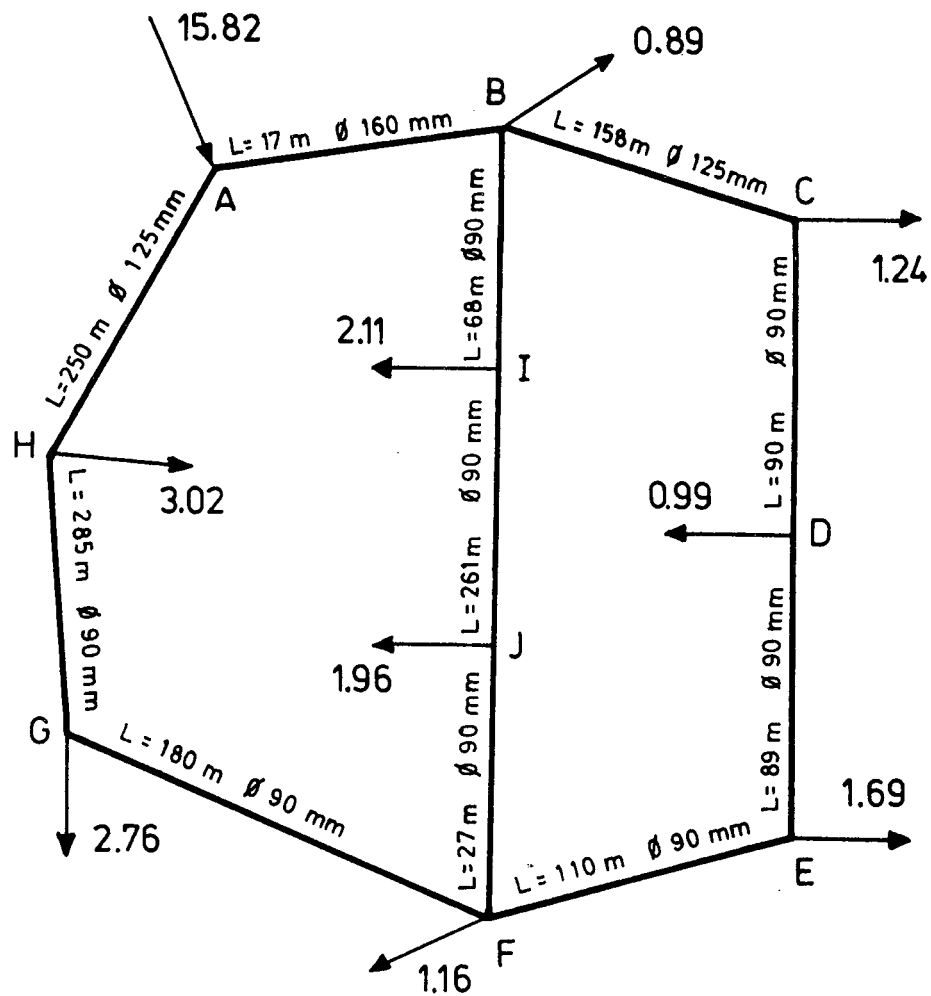
MÉTODO	Nº DE ITERAÇÕES
H. CROSS	13
NEWTON - RAPHSON	6
A. AFONSO	8

Figura 2. Exemplo 2 - Esquema da rede e quadro resumo das iterações.



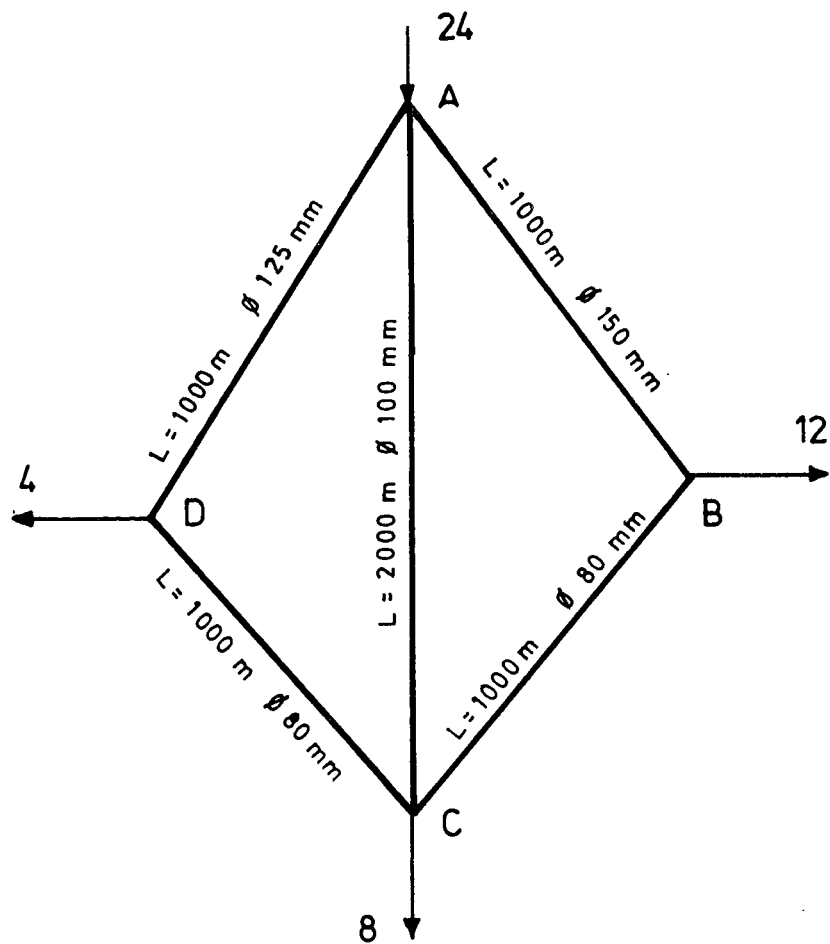
MÉTODO	Nº DE ITERAÇÕES
H. CROSS	(Divergência)
NEWTON - RAPHSON	8
A. AFONSO	7

Figura 3. Exemplo 3 - Esquema da rede e quadro resumo das iterações.



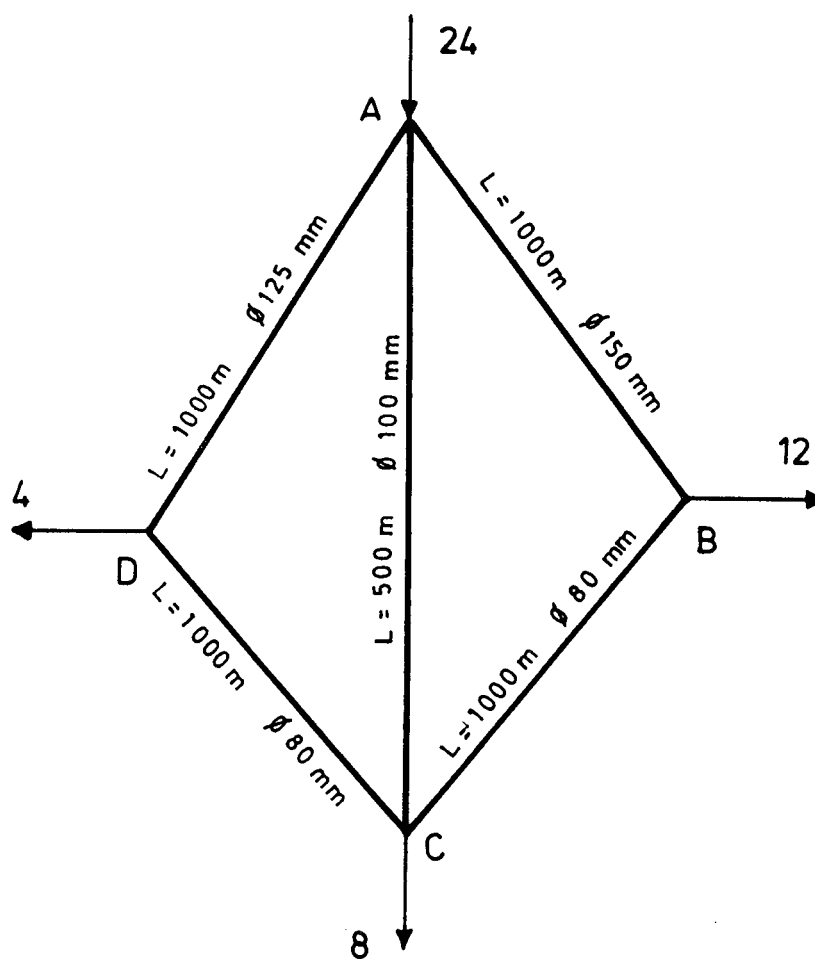
MÉTODO	Nº DE ITERAÇÕES
H. CROSS	9
NEWTON - RAPHSON	8
A. AFONSO	8

Figura 4. Exemplo 4 - Esquema da rede e quadro resumo das iterações.



MÉTODO	Nº DE ITERAÇÕES
H. CROSS	6
NEWTON - RAPHSON	5
A. AFONSO	6

Figura 5. Exemplo 5 - Esquema da rede e quadro resumo das iterações.



MÉTODO	Nº DE ITERAÇÕES
H. CROSS	11
NEWTON - RAPHSON	10
A. AFONSO	6

Figura 6. Exemplo 6 - Esquema da rede e quadro resumo das iterações.

Note-se que apenas no segundo e quinto exemplos o método de Newton-Raphson exigiu um menor número de iterações, mas torna-se curioso observar que já no terceiro e sexto exemplos, que constituem variantes respectivamente do 2º. e 5º. obtidos por redução do comprimento dos troços comuns, a situação se inverteu.

Este último factor permite salientar um aspecto importante, que é a sensibilidade do método de Newton-Raphson (e também de H. Cross) às variações de geometria do sistema.

Na verdade, e tomando como referência o 5º. e 6º. exemplos, pode-se notar que ao reduzir o comprimento do troço comum de 2 000 m para 500 m, o número de iterações necessárias para os métodos de H. Cross e Newton-Raphson praticamente duplicou, enquanto que para o método do primeiro autor se manteve constante.

Esta sensibilidade do método de Newton-Raphson em relação à geometria do sistema, em particular à existência de troços comuns de comprimento relativamente reduzido, pode revelar alguns inconvenientes na prática, na medida em que a maioria das malhas urbanas corresponde precisamente a uma estrutura deste tipo, isto é, a uma zona central com grande número de malhas, que apresentam troços comuns de reduzido comprimento.

4. ACELERAÇÃO DO CÁLCULO. UTILIZAÇÃO DE FACTORES DE CONVERGÊNCIA

Conforme referem diversos autores, é possível, com o método de Newton-Raphson, reduzir o número de iterações necessárias por utilização de um factor de convergência.

Para os casos atrás apresentados, por exemplo, a utilização de um factor de convergência apropriado permitiria reduzir em 1 ou 2 o número de iterações. O valor do factor de convergência que, dum modo geral, conduz a melhores resultados, situou-se na proximidade de 1,5.

Para o 5º. caso atrás apresentado, obtiveram-se por exemplo as seguintes relações entre factor de convergência e número de iterações necessárias:

FACTOR DE CONVERGÊNCIA	Nº. DE ITERAÇÕES
0,25	12
0,50	8
0,75	6
1,00	5
1,25	4
1,50	4
1,75	4

Verifica-se pois que a utilização de um factor de convergência da ordem de 1,5 permite diminuir de uma o número de iterações necessárias.

Para o 6º. caso atrás apresentado, a utilização de um factor de convergência apropriado (1,50) permite reduzir para oito o número de iterações necessárias. Note-se, todavia, que apesar da utilização do factor de convergência, o método de Newton-Raphson continua neste exemplo a ter uma convergência mais lenta que o método do primeiro autor.

No que se refere ao método de H. Cross, a utilização de um factor de convergência, em geral também na vizinhança de 1,50, permite em muitos casos reduzir o número de iterações necessárias. No entanto, a aceleração do cálculo por este processo não é tão segura como no método de Newton-Raphson, constatando-se por vezes o aparecimento de problemas de divergência.

No que se refere ao método do primeiro autor, a aceleração do cálculo não se consegue em geral com a utilização de factores de convergência. Para este método, o Grupo de Hidráulica do I.S.E.C. está presentemente a desenvolver estudos, no sentido de estabelecer técnicas apropriadas para a aceleração da convergência.

5. CONCLUSÕES

Em face da análise atrás desenvolvida, pode concluir-se que o método de H. Cross, apesar da sua grande divulgação, revela uma convergência bastante inferior às dos outros métodos divulgados entre nós, pelo que será de recomendar, preferencialmente, a utilização destes últimos métodos.

Por outro lado, verifica-se que o método de Newton-Raphson apresenta grande sensibilidade à geometria dos sistemas, demonstrando dificuldades de convergência sempre que existem troços comuns de reduzido comprimento, situação que, todavia, não é invulgar na prática.

Para a utilização deste método deverá sempre considerar-se a aplicação de factores de convergência, pelos benefícios que introduz em termos de rapidez do cálculo.

O método do primeiro autor apresenta uma rápida convergência, mesmo sem a aplicação de técnicas de aceleração do cálculo, e não é sensível à variação de geometria do sistema, factores que poderão recomendar a sua utilização em diversas situações práticas.

REFERÊNCIAS

- AFONSO, A.S. 1978 - Um Novo Método para o Cálculo de Redes Malhadas de Distribuição de Água, Comunicação 1, Tema 2, Congresso 78 da Ordem dos Engenheiros, Porto, Portugal, 1978.
- AFONSO, A.S. 1981 - Cálculo Hidráulico de Redes Malhadas com Conduções de Diferentes Materiais, Comunicação 3, Encontro/Exposição EMAQUA 81, Coimbra, Portugal, 1981.
- AFONSO, A.S. 1983 - Cálculo de Redes Malhadas Complexas por Ajustamento de Níveis de Energia. Modelação das Condições Fronteira, Simpósio Luso-Brasileiro sobre Hidráulica e Recursos Hídricos, Blumenau, Brasil, 1983.