TM
02
EF

5

APRH ASSOCIAÇÃO PORTUGUESA DOS RECURSOS HÍDRICOS

ABES ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE
ENGENHARIA SANITÁRIA E AMBIENTAL

I SIMPÓSIO LUSO-BRASILEIRO DE
ENGENHARIA SANITÁRIA E AMBIENTAL

TEMA 1 - SISTEMAS DE PRODUÇÃO E DISTRIBUIÇÃO DE ÁGUA

DIMENSIONAMENTO ECONÓMICO DE CONDUTAS ADUTORAS

JOÃO J. CORREIA SALSINHA
Engenheiro Civil, IST, HIDROPROJECTO - Departamento de Hidráulica Urbana

RESUMO

A escolha do diâmetro de uma conduta adutora de água para abastecimento é condicionada por critérios de ordem económica, sendo os cálculos efectuados com base no conhecimento prévio do caudal de dimensionamento.

Na prática, porém, sobretudo no caso de abastecimento a populações, ao projectista apenas é dada a evolução dos volumes anuais (consumos) que deverão ser aduzidos num período mais ou menos longo, em geral da ordem dos 30 anos, ou até mesmo mais.

Sendo aconselhável, por questões meramente económicas, que em vez de obra única, se preconizem obras fasedas no tempo, coloca-se então, para além do problema da fixação do diâmetro da conduta a construir de imediato, também, e simultaneamente, o problema da determinação do horizonte (e, em consequência, do caudal) para que essa mesma conduta deve ser projectada.

Na comunicação em título, depois de exposta a formulação de um modelo matemático que faz a determinação conjunta do horizonte de projecto e do diâmetro económico tendo por base o caso de adução com bombagem, será explicada a resolução do referido modelo, para o qual há que recorrer ao cálculo automático em computador.

Finalmente, serão ainda apresentados resultados da análise de sensibilidade em relação a diversos parâmetros intervenientes como, por exemplo, o custo unitário das tubagens, o preço da energia e a taxa de actualização.

1. INTRODUÇÃO

No dimensionamento de um sistema de adução de água para abastecimento, podem considerar-se duas situações distintas:

- é requerido o diâmetro, que aduza, nas condições mais económicas, determinado caudal fixado à partida (situação típica no abastecimento a uma dada unidade industrial);

- ou, numa situação mais vasta, comum no abastecimento de água a populações, é pretendido o dimensionamento de um sistema que satisfaça a evolução crescente de consumos, referindo-se essa evolução a um período de análise que se situa na gama dos horizontes do planeamento, ou seja, na ordem dos 30 anos, ou até mesmo mais.

No primeiro caso, o caudal de dimensionamento é conhecido, e o problema a resolver, nomeadamente quando o abastecimento implique a elevação de caudais, incide apenas sobre a determinação do diâmetro mais económico da conduta adutora, o qual resultará do compromisso entre o investimento e os encargos em energia.

No segundo caso, embora basicamente se coloque de igual modo o problema da determinação do diâmetro económico de uma conduta que há que projectar de imediato, acresce ainda uma indefinição sobre o valor do caudal a usar no projecto.

É, de facto, indispensável neste último caso, averiguar se em vez de conduta única que safisfaça o caudal do fim do período de análise, não será antes mais vantajoso prever o faseamento da obra, preconizando-se então a construção de uma primeira conduta, dimensionada para o caudal de determinado ano, que será o horizonte de projecto, e de uma segunda que reforce no futuro a capacidade do sistema, de modo a satisfazer os consumos previstos para o final do período de análise.

Serão, assim, incógnitas neste problema do tipo expansão de capacidade, não só o diâmetro da conduta a projectar e a construir à data actual, mas também o horizonte de projecto dessa mesma conduta (que, indirectamente, fixa o seu caudal de dimensionamento).

Na presente comunicação, apresenta-se o desenvolvimento de um modelo matemático para resolução em computador, que, com base no critério de mínimo custo actualizado, faz a determinação conjunta do horizonte de projecto e do diâmetro económico de uma conduta adutora que se supõe elevatória.

Juntamente com a apresentação de alguns resultados de aplicação do modelo, evidenciar-se-á no final, as potencialidades do mesmo, nomeadamente no que se refere à prática de ensaios de sensibilidade.

2. FORMULAÇÃO MATEMÁTICA

Suponhamos o caso do dimensionamento de uma conduta elevatória que satisfaça determinadas necessidades de adução, as quais crescem, dentro do período de observação de $\underline{n}$ anos, desde um valor inicial V_o até um valor final V_n, como esquematicamente se representa na Figura 1.

Admita-se que se preconiza a execução da obra em 2 fases, prevendo-se, portanto, uma segunda conduta que servirá de reforço à primeira, dentro do referido período de $\underline{n}$ anos.

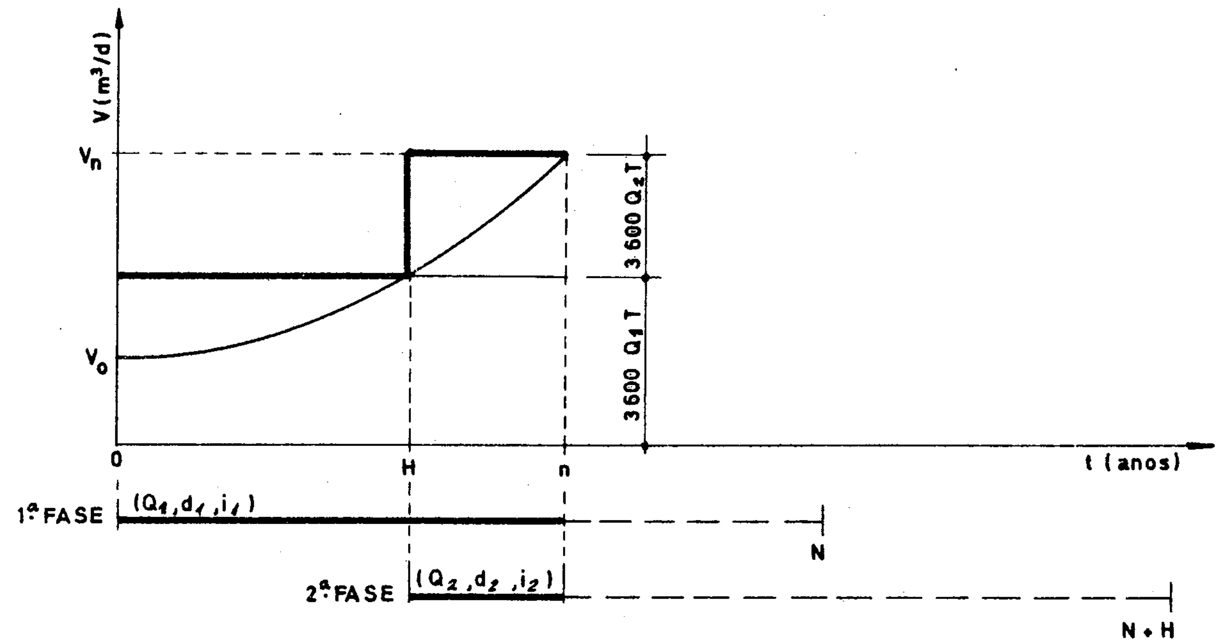

Figura 1

Na Figura 1, Q_1 e Q_2 são os caudais (em $m^3\ s^{-1}$), respectivamente, de dimensionamento da primeira conduta e de reforço; T (em horas) é o tempo de bombagem diária no horizonte de projecto, suposto igual para as duas fases. N representa o número de anos de vida útil de uma conduta.

Usando a fórmula de Manning-Strickler, os diâmetros das condutas (em metros) serão definidos pelas expressões:

$$d_1 = \left(\frac{3,2\ Q_1}{K_s\ i_1^{1/2}}\right)^{3/8} \tag{1}$$

$$d_2 = \left(\frac{3,2\ Q_2}{K_s\ i_2^{1/2}}\right)^{3/8} \tag{2}$$

onde $\underline{K_s}$ ($m^{1/3}\ s^{-1}$) é o coeficiente de Strickler e $\underline{i_1}$ e $\underline{i_2}$ as perdas de carga unitária em cada conduta.

A primeira indefinição que à partida se coloca, incide então sobre o valor de Q_1, ou, o que é o mesmo, sobre a data de reforço H (horizonte de projecto).

Por outro lado, mesmo conhecido H, nova indefinição recai sobre o valor de d_1, uma vez que estão em jogo despesas de primeiro investimento (crescentes com d) e encargos de energia (que decrescem com d).

No dimensionamento, o objectivo pretendido terá de ser o de seleccionar a solução que conduz ao mínimo custo total actualizado, entendendo-se o computo desse mesmo custo total (que inclui despesas de investimento e encargos de exploração) como referente a todo o período de $\underline{n}$ anos.

Três variáveis intervêm decisivamente no valor do referido custo total - o horizonte H e os diâmetros das duas condutas d_1 e d_2. A questão a resolver corresponde, assim, em última análise, à determinação do conjunto de valores de H, d_1 e d_2 de que resulta o valor mínimo do custo total actualizado.

Se $\bar{C}$ representar aquele custo total actualizado, os valores a determinar de H, d_1 e d_2, serão fixados através da condição de mínimo, expressa pelo seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial \bar{C}}{\partial d_1} = 0 \\[2ex] \dfrac{\partial \bar{C}}{\partial d_2} = 0 \\[2ex] \dfrac{\partial \bar{C}}{\partial H} = 0 \end{cases} \qquad (3)$$

3. PARÂMETROS INTERVENIENTES

Como se pode verificar desde logo através da formulação matemática, numerosos parâmetros intervêm na resolução do problema. Para além dos já referidos em 2, torna-se necessário, com vista à contabilização de custos, considerar ainda os que em seguida se definem:

- <u>taxa de actualização</u> (<u>a</u>) - em estudos de índole económica, como o presente, é habitual usar a conhecida técnica da actualização, pela qual, todos os encargos, quer de investimento quer de operação, deverão ser actualizados a uma mesma data de referência (em geral, a data actual).

  Trata-se de um parâmetro exógeno do modelo, que lhe é imposto, mas cujo valor não é, em geral, na prática, bem conhecido. O que é corrente, para ultrapassar tal dificuldade, é proceder a ensaios de sensibilidade, adoptando para <u>a</u> valores que se situem numa gama aceitável para as condições económicas vigentes;

- <u>taxa de crescimento dos volumes a aduzir</u> (<u>b</u>) - é o parâmetro que define a evolução dos volumes anuais a bombar, sendo o seu valor fixado pelo ritmo previsto para o crescimento dos consumos.

  O problema em análise só tem sentido se $b > 0$, o que é normal acontecer no abastecimento a populações.

  Supôr-se-á na presente exposição que a variação dos referidos volumes se ajusta a uma lei de crescimento geométrica, de modo que num ano genérico j, o volume diário a elevar se calcula por:

  $$V_j = V_o\ (1 + b)^j \qquad (4)$$

  onde V_o e b serão dados de cada problema concreto;

- <u>custo das condutas</u> - será suficiente, na optimização que se pretende, contabilizar custos por metro de conduta (desde que, como é óbvio, se considerem também encargos de exploração por metro de conduta). É, portanto, o custo por metro linear que estará em causa. Por outro lado, interessa que o custo de cada conduta seja explicitado em função do seu diâmetro, uma variável de decisão do modelo.

  Será fácil, através da técnica de regressão linear, obter para o custo por metro linear de conduta uma expressão do tipo:

$$C_c = C_1 + C_2\, d^{\alpha} \qquad (5)$$

onde C_c é um custo global, incluindo o custo das tubagens, dos acessórios, da montagem e dos movimentos de terra e C_1 e C_2 são constantes que dependerão do tipo de material, da pressão de serviço, e do tipo de terreno. α, verifica-se ser, em termos significativos, apenas dependente do tipo de material da conduta;

. preço do kWh (C_K) - é usual nos estudos de comparação económica, contabilizar custos a preços constantes. Toma-se, portanto, como para os restantes preços, o preço do kWh actualmente praticado.

Com as recentes políticas de poupança de energia, aparecem porém estudos em que se penaliza o preço do kWh com uma taxa anual de agravamento. Tal procedimento corresponde a introduzir novo parâmetro, tomando um preço corrente da energia C_{K_j} dado por:

$$C_{K_j} = C_{K_o}\,(1 + \rho)^j \qquad (6)$$

onde ρ é a taxa anual de agravamento adoptada e C_{K_o} o preço actual.

4. CÔMPUTO DOS CUSTOS ACTUALIZADOS

4.1 - Investimentos e encargos em energia

Tendo em vista obter a expressão que define o valor do custo total referente ao período de n anos, importa determinar os investimentos e os encargos em energia, em valores actualizados, decorrentes das duas fases da obra.

Nestas condições, a completa resolução do problema passa pelo cômputo das parcelas de custo que em 4.1.1 e 4.1.2 serão deduzidas.

4.1.1 - Custos de investimento actualizados

Antes de mais, convem referir que, pelo facto de as condutas terem um período de vida útil N superior ao período em que se calculam investimentos (n), é necessário estimar um "valor residual" (ou salvado) das 2 condutas no ano n.

Para a 1ª conduta, o valor residual actualizado será:

$$\bar{r}_1 = C_{c_1}\,\frac{(1 + a)^{-n} - (1 + a)^{-N}}{1 - (1 + a)^{-N}} \qquad (7)$$

Por seu turno, o valor residual no ano n da segunda conduta, que arranca em H, será dado por:

$$\bar{r}_2 = C_{c_2}\,(1 + a)^{-H}\,\frac{(1 + a)^{-(n - H)} - (1 + a)^{-N}}{1 - (1 + a)^{-N}} \qquad (8)$$

Em (7) e (8) a é a taxa de actualização e C_{c_1} e C_{c_2} os custos unitários actuais das duas condutas, definidos através de (5).

Os investimentos actualizados serão então calculados (atendendo às suas datas, e supondo-os concentrados num único ano) por:

1ª Fase .... $\bar{I}_1 = \bar{C}_{c_1} - \bar{r}_1 = C_{c_1} - \bar{r}_1 = C_{c_1}\,\gamma_1$ (9)

2ª Fase ...... $\bar{I}_2 = \bar{C}_{c_2} - \bar{r}_2 = C_{c_2}\,(1+a)^{-H} - \bar{r}_2 = C_{c_2}\,\gamma_2$ (10)

sendo, após algumas transformações:

$$\gamma_1 = \left[(1+a)^N - (1+a)^{(N-n)}\right] \div \left[(1+a)^N - 1\right] \tag{11}$$

$$\gamma_2 \equiv \gamma_2(H) = \left[(1+a)^{(N-H)} - (1+a)^{(N-n)}\right] \div \left[(1+a)^N - 1\right] \tag{12}$$

4.1.2 - Encargos em energia, actualizados

Partindo da expressão que define a potência de uma bomba, pode facilmente verificar-se que o custo de elevação de 1 m^3 de água a 1 m de altura se exprime da seguinte forma:

$$C_e = \frac{0.002\ 722}{\eta} C_K \tag{13}$$

onde C_K é o preço do kWh e η o rendimento da bombagem, sendo C_e expresso nas mesmas unidades de C_K.

Nas duas condutas elevatórias em presença, a que respeitam perdas de carga unitárias $\underline{i_1}$ e $\underline{i_2}$, o custo da energia dispendida por metro linear de conduta e por m^3 de água elevada, será então:

$$\text{- para a 1ª conduta ......}\ C'_{e_1} = \frac{0.002\ 722}{\eta} C_K\, i_1 \tag{14}$$

$$\text{- para a 2ª conduta ......}\ C'_{e_2} = \frac{0.002\ 722}{\eta} C_K\, i_2 \tag{15}$$

<u>Em termos de encargos anuais</u>, e para um ano genérico j, ter-se-á (relembre-se o esquematizado na Figura 1):

- <u>em relação à 1ª conduta</u>:

$$e_{j1} = C'_{e1} \times 365 \times V_o\,(1+b)^j \ \text{....}\ \text{com} \quad j < H \tag{16}$$

$$e_{j1} = C'_{e1} \times 365 \times V_o\,(1+b)^H \ \text{....}\ H \leqq j < n \tag{17}$$

- <u>em relação à 2ª conduta</u>:

$$e_{j2} = C'_{e2} \times 365 \times V_o \left[(1+b)^j - (1+b)^H\right] \text{....}\ \text{com}\ H \leqq j < n \tag{18}$$

Como há que explicitar custos em função de d_1, d_2 e H, proceda-se desde já às seguintes transformações:

- pela fórmula de Manning-Strickler:

$$C'_{e1} = \frac{0.002\ 722}{\eta} C_K \left(\frac{3{,}2\ Q_1}{K_s\ d_1^{8/3}} \right)^2 \tag{19}$$

$$C'_{e2} = \frac{0.002\ 722}{\eta} C_K \left(\frac{3{,}2\ Q_2}{K_s\ d_2^{8/3}} \right)^2 \tag{20}$$

- para Q_1 e Q_2, deve atender-se ao seguinte:

$$3600\ Q_1\ T = V_o\ (1 + b)^H \tag{21}$$

$$3600\ Q_2\ T = V_o\ \left[(1 + b)^n - (1 + b)^H\right] \tag{22}$$

onde, na linha do que tem vindo a adoptar-se, as unidades de Q_1 e Q_2 são m^3/s, de T horas, e de V_o m^3/dia.

Se for agora definida a constante

$$W = \frac{0.002\ 722}{\eta}\ C_K\ \left(\frac{3{,}2\ V_o}{3600\ K_S T}\right)^2 \times 365 \times V_o \tag{23}$$

e substituindo em (19) e (20) as expressões de Q_1 e Q_2 tiradas de (21) e (22), obter-se-ão, finalmente, para os encargos anuais, as seguintes expressões:

$$e_{j1} = W\ d_1^{-16/3}\ (1 + b)^{2H}\ (1 + b)^j \ \ldots\ldots\ldots \text{ com } j < H \tag{24}$$

$$e_{j1} = W\ d_1^{-16/3}\ (1 + b)^{2H}\ (1 + b)^H \ \ldots\ldots \text{ com } H \leq j < n \tag{25}$$

$$e_{j2} = Wd_2^{-16/3}\left[(1+b)^n - (1+b)^H\right]^2 . \left[(1+b)^j - (1+b)^H\right] \ldots \text{ com } H \leq j < n \tag{26}$$

Os encargos totais de energia, relativos a todo o período de n anos, serão obtidos através do somatório das parcelas anuais actualizadas. Ficará então:

- para a 1ª conduta:

$$\bar{E}_1 = W.d_1^{-16/3} . \left[(1+b)^{2H} \sum_{j=1}^{H} \frac{(1+b)^j}{(1+a)^j} + \frac{(1+b)^{3H}}{(1+a)^H} \sum_{j=1}^{(n-H)} \frac{1}{(1+a)^j}\right] \tag{27}$$

- para a 2ª conduta:

$$\bar{E}_2 = W.d_2^{-16/3} . \left[(1+b)^n - (1+b)^H\right]^2 . \sum_{j=H}^{n} \frac{(1+b)^j - (1+b)^H}{(1+a)^j} \tag{28}$$

Com o desenvolvimento acabado de expôr, será agora possível definir a expressão dos encargos totais em energia, actualizados.

Essa expressão, com uma forma abreviada, é a seguinte:

$$\bar{E} = \bar{E}_1 + \bar{E}_2 = W\ d_1^{-16/3}\ \psi_1 + W\ d_2^{-16/3}\ \psi_2 \tag{29}$$

ψ_1 e ψ_2 (funções de H) são dados por:

$$\psi_1 = \frac{B^{3H}}{A^H}\ \left(\frac{B}{B^H}\ \frac{A^H - B^H}{a - b} + \frac{A^n - A^H}{a\ A^n}\right) \tag{30}$$

$$\psi_2 = \frac{(B^n - B^H)^2}{A^H}\ \left(\frac{B}{a - b}\ \frac{B^H A^n - B^n A^H}{A^n} - \frac{B^H}{a}\ \frac{A^n - A^H}{A^n}\right) \tag{31}$$

onde:

$$B = (1 + b) \tag{32}$$

$$A = (1 + a) \tag{33}$$

4.2 - Custo total

Agregando as parcelas de custo definidas em 4.1, resultará para o custo total actualizado, uma função de d_1, d_2 e H, que é a seguinte:

$$\overline{C} = \overline{I}_1 + \overline{I}_2 + \overline{E}_1 + \overline{E}_2 \qquad (34)$$

$$\overline{C} = (C_1 + C_2 d_1^{\alpha})\gamma_1 + (C_1 + C_2 d_2^{\alpha})\gamma_2 + W\,(d_1^{-16/3}\psi_1 + d_2^{-16/3}\psi_2) \qquad (35)$$

W e γ_1 (constantes em d_1, d_2 e H) e γ_2, ψ_1 e ψ_2 (funções apenas de H) são definidas por expressões já atrás apresentadas.

5. RESOLUÇÃO DO SISTEMA DE EQUAÇÕES

O sistema de equações (3) transforma-se agora no seguinte:

$$\frac{\partial \overline{C}}{\partial d_1} = C_2\,\alpha\,\gamma_1 d_1^{\alpha-1} - \frac{16}{3}\,W\,\psi_1 d_1^{-19/3} = 0 \qquad (36)$$

$$\frac{\partial \overline{C}}{\partial d_2} = C_2\,\alpha\,\gamma_2 d_2^{\alpha-1} - \frac{16}{3}\,W\,\psi_2 d_2^{-19/3} = 0 \qquad (37)$$

$$\frac{\partial \overline{C}}{\partial H} = \gamma_1\,C_2\,\alpha\,d_1^{\alpha-1}\frac{\partial d_1}{\partial H} + (C_1 + C_2\,d_2^{\alpha})\frac{\partial \gamma_2}{\partial H} + \gamma_2\,C_2\,\alpha\,d_2^{\alpha-1}\frac{\partial d_2}{\partial H} + W\,\Big(d_1^{-16/3}\frac{\partial \psi_1}{\partial H} + d_2^{-16/3}\frac{\partial \psi_2}{\partial H} - \frac{16}{3}\,\psi_1\,d_1^{-19/3}\frac{\partial d_1}{\partial H} - \frac{16}{3}\,\psi_2\,d_2^{-19/3}\frac{\partial d_2}{\partial H}\Big) = 0 \qquad (38)$$

De (36) e de (37) obtêm-se expressões para d_1 e d_2:

$$d_1 = \left[\frac{16}{3}\,\frac{W\psi_1}{C_2\alpha\gamma_1}\right]^{\frac{1}{\alpha + 16/3}} \qquad (39)$$

$$d_2 = \left[\frac{16}{3}\,\frac{W\psi_2}{C_2\alpha\gamma_2}\right]^{\frac{1}{\alpha + 16/3}} \qquad (40)$$

Substituindo d_1, d_2 e suas derivadas em (38) obtém-se uma equação em H, cuja solução não é evidentemente directa, mas que poderá resolver-se através de um método numérico iterativo com recurso à programação em computador.

De registar que, tidas em conta as expressões (23), (30), (11) e (21), se poderá exprimir d_1 directamente em função de Q_1, ou seja, o diâmetro da conduta a construir em função do caudal de dimensionamento que lhe diz respeito. Esta nova expressão é do tipo

$$d_1 = k\,Q_1^{\beta} \qquad (41)$$

onde:

$$\beta = \frac{3}{\alpha + 16/3} \qquad (42)$$

e k é uma constante cujo valor depende do conjunto de parâmetros (η, c_k, k_s, T, α, C_2, a, b, n, N, H).

É a expressão (41), de aspecto prático, que com frequência aparece na literatura especializada. A dedução atrás apresentada mostra, no entanto, que a sua aplicação não poderá ser directa, havendo para tal que estender a análise à pesquisa do valor mais aconselhável para H, do qual dependem tanto k como Q_1 (este, através da lei prevista para o crescimento dos consumos).

Assim se torna claro, portanto, que, como salientado na Introdução, a determinação do diâmetro económico está necessária e intimamente ligada ao problema de uma escolha criteriosa do horizonte de projecto.

6. ALGUNS RESULTADOS DA APLICAÇÃO

No Quadro 1 resumem-se alguns resultados obtidos para o valor do horizonte de projecto H através da aplicação do modelo descrito.

Para base de cálculo atribuíram-se aos parâmetros intervenientes os seguintes valores:

. custo das tubagens (C_c em contos, D em metros(*))
  - betão .... $C_c = 2{,}142 + 27{,}6\ D^{1{,}5}$
  - fibrocimento .... $C_c = 0{,}316 + 30{,}0\ D^{1{,}5}$
. preço do kWh .... C_k = 7$00
. rendimento da bombagem .... η = 75%
. vida útil de cada obra .... N = 40 anos
. período de observação .... n = 30 anos
. período de bombagem diária .... T = 20 horas
. coeficiente de Strickler .... k_s = 75

Por outro lado, usaram-se valores de caudal inicial Vo entre 10 e 350 l/s (com condutas de fibrocimento) e 500 e 2500 l/s (com condutas de betão) associados a taxas de crescimento b de 2,6 e 10%.

Para a taxa de actualização a usaram-se valores de 8, 10, 12 e 14%.

QUADRO 1

	HORIZONTE DE PROJECTO H (ANOS)			
	a = 8%	a = 10%	a = 12%	a = 14%
b = 2%	19	18	16	15
b = 6%	16	15	14	13
b = 10%	16	15	14	13

(*) - Note-se que, com C_c em contos e C_k em escudos, há que tomar W x 10^{-3}