SEMINÁRIO SOBRE ABASTECIMENTOS DE ÁGUA E ESGOTOS EM PORTUGAL

OPTIMIZAÇÃO DE SISTEMAS DE ÁGUAS DE ABASTECIMENTO E RESIDUÂIS

EDUARDO RIBEIRO DE SOUSA(*)

RESUMO

A presente comunicação aborda a aplicação de modelos de optimização no domínio do saneamento básico. Dada a vastidão do tema em discussão limitou-se esta aplicação às áreas da distribuição de águas e da drenagem de águas residuais. Esta comunicação constitui uma descrição sumária dos modelos presentemente ao alcance dos engenheiros que exercem a sua actividade neste domínio, para a obtenção de soluções óptimas nas áreas acima referidas. O detalhe desta descrição é o suficiente para que o leitor possa compreender cada método e analisar as suas potencialidades e deficiências. Para maior detalhe recomenda-se a consulta dos trabalhos originais, citados nas referências bibliográficas, em apêndice. É, ainda, incluida a formulação detalhada de um modelo de optimização para o dimensionamento de redes de distribuição de água ramificadas, usando programação linear. O objectivo da comunicação é o de fornecer a técnicos deste sector elementos que lhes permitam avaliar a importância destes modelos na resolução de problemas ligados ao saneamento básico.

(*) Engenheiro Civil, M. Sc. in Environmental Engineering (University of North Carolina at Chapel Hill), Assistente do IST, Colaborador da Hidrotécnica Portuguesa.

1. INTRODUÇÃO

De entre os modelos utilizados na Análise de Sistemas figuram os modelos de optimização. Estes modelos têm como suporte símbolos e relações matemáticas entre variáveis, sendo caracterizados por uma linguagem bem definida e concisa, uma grande eficiência, precisão e economia na obtenção de resultados.

É o objectivo do presente artigo dar uma visão geral das potencialidades que estes métodos apresentam para o domínio do saneamento básico, nomeadamente nas áreas da distribuição de águas e da drenagem de águas residuais. Para os técnicos responsáveis por este domínio da engenharia ele constitui um catálogo de "ferramentas", presentemente ao seu alcance, para a obtenção de soluções óptimas para problemas que, anteriormente, se baseavam em critérios de engenharia, que poderiam não ser economicamente óptimas embora tecnicamente válidas.

A vastidão do tema levou o autor a restringir a apresentação destas técnicas às áreas da distribuição de águas e da drenagem de águas residuais, embora a aplicação destes métodos se estenda, presentemente, a outras áreas, nomeadamente ao tratamento de águas residuais.

Dada a particularidade da linguagem utilizada na discussão de modelos de optimização, torna-se indispensável a apresentação de um conjunto de conceitos e definições básicas que facilitem a compreensão do artigo pelo leitor menos familiarizado com a terminologia dos métodos de programação matemática.

Este aspecto é objecto do capítulo que se segue. O capítulo seguinte abrange as redes de distribuição de água incluindo, primeiramente, uma breve discussão dos métodos de análise destas, seguindo-se uma descrição dos modelos de optimização propostos por vários autores, concluindo com um exemplo de aplicação. Finalmente, o último capítulo, descreve os modelos de optimização para redes de colectores de águas residuais.

2. CONCEITOS FUNDAMENTAIS

Um sistema é um conjunto de componentes o qual, quando actuado por *"inputs"* produz um *"output"* específico ou resposta. Por exemplo, uma estação de tratamento de águas residuais é um sistema no qual os *"inputs"* são, por exemplo, as dimensões dos decantadores e dos tanques de arejamento e o *"output"* é a qualidade do efluente. Embora haja uma certa confusão na distinção entre *"inputs"* e componentes, as primeiras são variáveis sobre as quais o engenheiro tem controle; são as chamadas variáveis de decisão. Por exemplo, ao seleccionar tubagens numa rede de distribuição de água o engenheiro tem que decidir do tipo de material, das classes e dos diâmetros das tubagens a utilizar. Na selecção de uma estação de bombagem, além de outras características, interessará a relação altura manométrica-caudal de cada bomba que a constitui, sendo considerado, em geral, a altura manométrica como a variável de decisão. De igual modo, poderão ser variáveis de decisão a localização de válvulas redutoras de pressão, a localização e a altura de reservatórios elevados, etc..

Numa rede de colectores de águas residuais serão exemplos de variáveis de decisão os diâmetros dos colectores e as quedas nas caixas de visita.

Nos sistemas os custos estão associados com os *"inputs"* enquanto que, em geral, os benefícios estão relacionados com os *"outputs"*. Certamente que existem compensações entre os vários *"inputs"* de um sistema. Um *"input"* pode ser substituido por outro sem que, no entanto, a resposta do sistema seja alterada, isto é, mantem-se a um nível constante. O problema é, em geral, o de encontrar a combinação dos níveis de *"inputs"* para os quais o custo total do sistema é mínimo, garantindo um determinado *"output"*. A expressão que estabelece a relação entre as variáveis decisão e o custo total do sistema designa-se por função objectivo. Os custos, em geral, incluem custos de capital e de operação e manutenção dos sistemas. Funções de custo são expressões matemáticas que relacionam o custo de uma componente do sistema com os *"inputs"*. Por exemplo, estudos feitos pelo autor têm mostrado que para colectores de águas residuais, em Portugal, a seguinte expressão é válida:

$$C = a_o + a_1 D^{\alpha} + (a_2 + a_3 D)\ X \qquad (1)$$

em que, C é custo do colector por unidade de comprimento; D é o diâmetro do colector; X é a escavação média e α, a_o, a_1, a_2 e a_3 são parâmetros.

De igual forma os custos de construção, C, de um tanque de arejamento estão relacionados com a sua capacidade, Z, por expressões do tipo $C = b_o\ Z^{b_1}$, em que = $0 < b_1 < 1$.

Expressões deste tipo podem ser obtidas por técnicas de regressão múltipla linear.

Os limites dos recursos disponíveis são expressos pelo que usualmente se designa em programação matemática por <u>restrições</u>. Vários tipos de restrições aparecem nos modelos de optimização. Assim, por exemplo, em redes de distribuição de água há restrições que garantem a lei dos nós (resultante do princípio da continuidade) e a lei das malhas (que garante o equilíbrio hidráulico da rede). Outros tipos de restrições garantem as cotas piezométricas mínimas, necessárias para a distribuição da água, e máximas para evitar a danificação das tubagens ou de outro equipamento e reduzir ao mínimo as perdas de água na rede, por fugas. Em redes de colectores de águas residuais as restrições englobam profundidades mínimas dos colectores medidas sobre o extradorso, velocidades máximas, poder de transporte ou velocidades mínimas para garantir condições de auto-limpeza, etc.. Tipos especiais de restrições aparecem, por vezes, decorrentes de formulações específicas de certos modelos de optimização. Estas serão discutidas especificamente para cada tipo de modelo, mais adiante.

Em geral, o modelo de optimização pretende minimizar (custo mínimo é o critério usualmente utilizado pelo engenheiro) a função objectivo tal que as restrições impostas não sejam violadas, isto é, seleccionar de entre as soluções tecnicamente viáveis aquela que oferece melhores condições económicas.

Um outro aspecto que assume particular importância é a chamada análise de sensibilidade. Em geral, além dos valores óptimos das variáveis de decisão obtidos da resolução do modelo, a maioria dos métodos de programação matemática permite obter uma informação sobre os custos ou benefícios marginais se as restrições forem relaxadas ou se os parâmetros (isto é, variáveis sobre o qual o engenheiro não tem controle) forem alterados.

3. MODELOS DE REDES DE DISTRIBUIÇÃO DE ÁGUA

O primeiro parágrafo deste capítulo engloba uma revisão sumária da metodologia utilizada no dimensionamento de redes de distribuição de água. Embora não constitua matéria de modelos de optimização, os conceitos hidráulicos nele contido constituem uma excelente introdução à discussão daqueles modelos. São apresentadas as componentes destes sistemas e as suas leis físicas, bem como as formas usuais de obtenção de soluções, admitindo condições de escoamento permanente. Os parágrafos seguintes apresentam e discutem, sumariamente, os modelos de optimização que até à data têm sido formulados por diversos autores para as redes ramificadas e malhadas. A referência restringe-se àqueles que o autor julga terem viabilidade de aplicação a casos reais. Evidentemente que o critério reflecte a opinião do autor, o que não deverá ser tomado como opinião generalizada. Finalmente, o último parágrafo contém a formulação de um modelo usando programação linear que dadas as suas características será conceptual e matematicamente simples de ser acessível a técnicos não especialistas de programação matemática.

3.1. MODELOS PARA ANÁLISE EM REGIME PERMANENTE

Os sistemas de distribuição de água são dimensionados para fornecer água às populações, indústrias ou comércio através dum conjunto de tubagens que podem incluir um sem número de componentes — bombas, válvulas de vários tipos, reservatórios, etc..

Para efeitos do modelo matemático a rede é formada por troços ligados entre si nos nós; nós são pontos do sistema onde dois troços se ligam ou nos quais à saída ou entrada de caudal para a rede. Para reduzir os modelos a dimensões matematicamente aceitáveis é habitual incluir unicamente as condutas principais. Por exemplo, é habitual incluir no modelo só tubagens acima de um dado diâmetro e concentrar os caudais de percurso nos nós.

Em cada nó define-se a cota da linha de energia e o consumo. A cota da linha de energia não é mais do que a soma da cota topográfica, da pressão e da energia cinética por unidade de peso (esta última é, em geral, desprezável). Em certos nós há entrada de caudal para a rede (em nós onde estão localizados por exemplo reservatórios elevados) enquanto que noutros há consumos, os quais são tomados como *"inputs"* com sinal negativo.

Cada troço pode ser caracterizado pela fórmula de Manning a qual relaciona o caudal que nele circula (Q) com a perda de carga unitária entre os seus extremos (J), através da seguinte expressão:

$$Q = \alpha K D^{2.67} J^{0.50} \qquad (2)$$

Para bombas centrífugas, a energia fornecida ao sistema, H, pode ser aproximada por um polinómio da seguinte forma:

$$\Delta H = a + bQ + cQ^2 \qquad (3)$$

Qualquer outro tipo de elemento do sistema terá a sua lei própria. Os reservatórios são localizados nos nós sendo a energia no nó a correspondente ao nível de água no reservatório.

O modelo matemático da rede é um sistema de equações simultâneas, não-lineares, às quais correspondem as leis do regime permanente na rede com as seguintes condições de fronteira: (1) um conjunto de entradas e saídas de caudal nos nós da rede, e (2) um conjunto de nós onde a energia é fixada. Há, basicamente, dois tipos de equações: equações dos nós e equações de percurso. As primeiras estabelecem o princípio da continuidade em cada nó. Por exemplo para o nó j:

$$\sum_i Q_{ij} + I_j = 0 \qquad (4)$$

em que Q_{ij} é o caudal do nó i para o nó j e I_j é a entrada de caudal na rede e no nó j. Os consumos são designados por C_j e são representados pelos valores negativos de I_j.

Equações de percurso estabelecem a diferença de energia, b_p, entre os nós terminais do percurso em questão (p) e representam as perdas e ganhos de energia em todos os troços pertencentes a p:

$$\sum_{(i,j)} H_{ij} = b_p \tag{5}$$

O caso particular desta equação é a lei das malhas segundo a qual em qualquer malha a soma algébrica das perdas de carga é nula, isto é, $b_p = 0$.

Existem vários processos de formular o modelo matemático. Numa rede com N nós, um sistema a N equações para os nós permite determinar a solução para os caudais na rede, desde que se conheça a energia num dos nós (por exemplo, o nível de água num reservatório). Quando existem malhas serão necessárias tantas equações quantas as malhas. As equações de percurso podem ser escritas de diversas formas mas, no entanto, elas devem ser mutuamente independentes. O conjunto destas equações permite obter a solução, isto é, as pressões e os caudais na rede. A solução do sistema de equações simultâneas, não-lineares, pode ser obtida por uma técnica numérica iterativa adequada, como por exemplo os métodos de Hardy-Cross, Newton-Raphson ou a linearização (Dillingham [6], Epp e Fowler [7], Shamir e Howard [21] [22], Rao e Bree [17] [18], Lam e Wolla [15] e Wood e Charles [24].

Se a rede de distribuição é ramificada, isto é, não existem malhas, o que é comum em redes de distribuição por fontanários ou em sistemas de rega, uma vez que as saídas e entradas do caudal na rede sejam conhecidas, o caudal em cada troço é, também, conhecido e, consequentemente, a solução do problema é trivial.

Se existem reservatórios no interior da rede é importante conhecer a sequência de soluções (pressões e distribuição de caudais na rede) em função das variações de consumo ao longo do tempo. As sucessivas soluções do problema estão directamente ligadas às variações do nível da água no ou nos reservatórios. A simulação da operação deste tipo de sistemas é levada a cabo, primeiro obtendo a solução para as condições de fronteira iniciais; os caudais obtidos permitem recalcular os níveis de água nos reservatórios os quais serão as novas condições de fronteira para a solução seguinte, e assim sucessivamente. Remete-se o leitor interessado em maior pormenorização sobre os métodos apresentados para a lista bibliográfica apresentada no Apêndice I.

3.2. MODELOS DE OPTIMIZAÇÃO PARA REDES RAMIFICADAS

Vários autores têm apresentado métodos para optimização de redes de distribuição de água. Karmeli, Gadish e Meyers [12], Gupta [8], Gupta Hassan e Cook [9] e Robinson e Austin [19] apresentaram modelos de optimização para redes ramificadas utilizando programação linear. Estes modelos têm uma característica em comum que é a escolha dum tipo especial de variáveis de decisão. Assim, cada troço pode ser constituído por uma ou mais tubagens com diâmetros correspondentes à gama de diâmetros comerciais; as variáveis de decisão serão os comprimentos de cada um dos segmentos correspondentes a cada diâmetro no troço. Esta metodologia tem uma enorme vantagem sobre qualquer outra que considere os diâmetros como variáveis de decisão, pois torneia o problema de arredondamento dos diâmetros para os valores fornecidos comercialmente.

A gama dos diâmetros comerciais que poderão constituir cada troço convém que seja reduzida ao mínimo de forma a que o número de variáveis de decisão seja, também, mínimo. No exemplo que será apresentado em 4.4. este aspecto será discutido em maior pormenor.

A formulação do modelo de programação linear pode, ainda, incluir estações de bombagem através da inclusão dos custos de capital e de operação, utilizando para o efeito funções de custo lineares ou linearizáveis (Karmeli, Gadish e Meyers [12]. Reservatórios podem, também, ser incluidos considerando a sua altura como variável de decisão e admtindo funções de custo lineares.

Modelos de optimização de redes de distribuição ramificadas, com ou sem estações de bombagem e reservatórios, têm sido formulados utilizando programação dinâmica. Embora este método requeira maiores tempo e memória de computador a sua formulação não apresenta as limitações que têm de ser impostas para a programação linear (função objectivo e restrições lineares). Assim, Kally [10] utilizou programação dinâmica para optimizar os diâmetros e as espessuras das tubagens dum troço, assim como a anergia fornecida por estações de bombagem localizadas ao longo deste troço. A função objectivo incluía custos de capital e de exploração. Analogamente, Liang [16] utilizou programação dinâmica para optimizar os diâmetros entre pontos de consumo ao longo de uma tubagem alimentada por uma bomba no seu extremo de montante. O objectivo era minimizar os custos de capital garantindo pressões mínimas nos pontos de consumo. Os modelos até agora referidos na bibliografia, e pelos exemplos apontados, não têm demonstrado aplicação prática provavelmente pelo facto da inferioridade de resolução por computador da programação dinâmica relativamente à programação linear.

3.3. MODELOS DE OPTIMIZAÇÃO PARA REDES MALHADAS

A principal diferença entre redes ramificadas e malhadas é que nas primeiras os caudais em qualquer ponto da rede são univocamente determinados pelas necessidades, enquanto que nas segundas a distribuição dos caudais depende do diâmetro, da rugosidade e dos comprimentos das tubagens. Este, aliás, é o problema mais complexo que tem que ser resolvido para aplicar programação linear ou separável(1) a redes de distribuição malhadas.

Lai e Schaake [14] sugeriram que este problema pode ser ultrapassado considerando as pressões e os consumos em todos os

(1) A técnica de programação separável consiste em aproximar a função objectivo não linear por segmentos lineares e, portanto, substituir a função objectivo inicial pela soma de um certo número de funções lineares, à custa de um aumento do número de variáveis de decisão.

nós da rede como dados. Com base nesta simplificação o caudal escoado em cada troço é função das características do troço (diâmetro, comprimento e material da tubagem). Se, adicionalmente, os comprimentos dos troços e o material da tubagem forem conhecidos, de facto, o caudal escoado é só função do diâmetro da tubagem (equação (2)). As restrições do modelo são as que estabelecem o princípio da continuidade idênticas à equação (4):

$$\sum_i Q_i = \sum_i K_i D_{ij}^{2.67} = C_j \qquad (6)$$

A função objectivo é a soma dos custos de capital correspondentes às tubagens, dos custos de energia perdida ao longo da rede e do custo da energia residual nos nós no início da rede. Estes autores não consideram bombagem dentro da rede e os termos dos custos de energia correspondem aos encargos de fornecimento de água à rede através de uma bombagem. O método utilizado na resolução foi o de programação separável para o qual foi elaborado um programa iterativo de programação linear. Posteriormente (DeNeufville[5]), este método foi utilizado para o estudo da rede primária de distribuição de água à cidade de Nova York.

Kally [11] utilizou uma metodologia baseando-se num raciocínio semelhante ao que tinha sido utilizado na formulação do modelo de programação linear para redes ramificadas. Assim, se numa rede ramificada o comprimento da tubagem num troço (a qual tem um dado diâmetro) for alterado as correspondentes variações de pressão nos nós são proporcionais (ou lineares) à magnitude dessa alteração. Embora numa rede malhada essa relação não seja linear, se a alteração de comprimento for suficientemente pequena é razoável admitir que as resultantes variações de pressão são aproximadamente lineares com esta alteração. Nestas condições, o problema pode ser resolvido através duma sequência de programas lineares em que, tal como para as redes ramificadas, as variáveis de decisão são os comprimentos das tubagens de dado diâmetro em cada troço e a função objectivo é, essencialmente, a mesma.

Para a optimização, também, de redes malhadas Kohlhass, e Mattern[13] utilizaram programação separável em que, de uma forma semelhante à de Lai e Schaake, as energias nos nós eram fixadas previamente.

Mais recentemente Alperovits e Shamir [2] desenvolveram um modelo mais geral que foi testado em casos práticos. O método chamado de gradiente de programação linear (Linear Programming Gradient - LPG) baseia-se no seguinte princípio: se a distribuição de caudais numa rede malhada for conhecida, então o seu dimensionamento óptimo pode ser obtido por um modelo de programação linear semelhante ao usado para redes ramificadas. O método de optimização será, consequentemente, o de determinar a distribuição de caudais óptima e para esta distribuição o dimensionamento óptimo. A metodologia considera dois níveis hierárquicos de resolução. No mais baixo o dimensionamento óptimo é obtido utilizando programação linear, admitindo uma dada distribuição de caudais. No mais alto a distribuição de caudais é modificada baseando-se em certos resultados da programação linear, obtidos no nível anterior, em direcção à distribuição de caudais óptima. Este procedimento é executado iterativamente até se atingir um critério de paragem pré-estabelecido.

Um outro aspecto que este modelo considera é as variações de consumo na rede. Apesar de ser usual dimensionar a rede para o caudal de ponta horário, somado ou não ao caudal de incêndio (este assunto merece atenção especial para as grandes cidades) é, por vezes, importante considerar as horas mortas de consumo, isto é, durante a noite. Este aspecto tem particular importância quando a rede integra reservatórios os quais armazenaram água nas horas mortas e fornecem-na nas horas de ponta. O modelo trata estes aspectos simultaneamente. Para cada caudal (ponta horário, horas mortas, etc.) o engenheiro especifica uma distribuição inicial de caudais que obedeça cada uma por si ao princípio da continuidade. Para cada um desses conjuntos de caudal são escritas as restrições de pressões, sendo, no entanto, o conjunto total de equações incluido numa única matriz de programação linear. Nestas condições o modelo está estruturado de forma a se atingir no nível mais baixo um dimensionamento hidraulicamente equilibrado para todos os regimes de caudais considerados; no nível mais alto caminha no sentido da distribuição óptima de caudais na rede para todos os regimes de caudais considerados. Quando se pretende incluir bombagem as alturas manométricas de elevação são tratadas como variáveis de decisão, as quais terão de ser consideradas nas restrições de pressão nos nós com sinal adequado. De forma semelhante, para reservatórios as variáveis de decisão são alturas destes; estas variáveis são incluidas em todas as restrições correspondentes aos percursos que terminem nos reservatórios.

Resta neste parágrafo referir, de forma abreviada, alguns outros modelos que utilizam programação não-linear. Assim, Watanatada [23] apresentou um método para dimensionamento óptimo de redes malhadas alimentada em vários nós que tem a particularidade de transformar o problema com restrições num outro sem restrições através de uma transformação de variáveis. O método considera o diâmetro como uma variável contínua pelo que quando termina o processo de optimização os diâmetros são arredondados para o diâmetro comercial mais próximo. No entanto, este arredondamento é feito mantendo o equilíbrio hidráulico da rede. Este método tem a vantagem de incorporar directamente no processo de optimização a resolução dos diâmetros e da distribuição de caudais. Em contrapartida, se o processo terminar prematuramente a solução pode nem sequer ser hidraulicamente equilibrada.

Shamir [20] apresentou um método para optimizar o dimensionamento e a exploração de uma rede malhada baseado no método apresentado por Abadie [1]. No entanto, este modelo nem sempre garante a obtenção da solução óptima.

Deb e Sarkar [4] apresentaram um método baseado no conceito de tubagem equivalente para o dimensionamento óptimo duma rede de distribuição admitindo que as pressões são conhecidas nos nós. Todas as tubagens na rede, para efeitos do modelo, são substituídas por tubagens de comprimento fixo com um diâmetro equivalente ao das tubagens reais. No entanto, o modelo tem aplicação prática muito limitada.

Finalmente, Deb [3] apresentou um método para o dimensionamento óptimo de um sistema constituido por uma estação de bombagem, um reservatório elevado e uma rede de distribuição alimentada do reservatório por gravidade. O modelo admite, também, que as pressões nos nós da rede de distribuição são arbitradas previamente.

3.4. EXEMPLO DE APLICAÇÃO

O exemplo de aplicação que a seguir se apresenta é um modelo de optimização que utiliza programação linear aplicável, por exemplo, ao dimensionamento de redes de distribuição de água por fontanários ou a sistemas de rega. Pretendeu-se, assim, escolher um modelo que não envolvesse grande sofisticação matemática mas que ao mesmo tempo tivesse aplicação prática. A escolha de um modelo de programação linear foi propositada dado que: (1) esta técnica apresenta uma estrutura matemática relativamente simples, e (2) continua a ser de entre as técnicas de programação matemática aquela que tem servido de suporte a grande parte dos modelos que tem aplicação prática.

A programação linear é uma técnica matemática para minimizar (ou maximizar) funções objectivo lineares sujeitas a restrições lineares. Por outras palavras, esta técnica pretende determinar os valores de $x_1, x_2, \ldots, x_n$ (os quais têm que ser maiores ou iguais a zero) que minimizem (ou maximizem) a função objectivo

$$Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \ldots + c_nx_n \tag{7}$$

de forma a não violar as restrições

$$\begin{aligned}
a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n &= b_1 \\
a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}xn &\geq b_2 \\
\vdots \qquad\qquad\qquad & \quad \vdots \\
a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n &\leq b_m
\end{aligned} \tag{8}$$

Note-se que os sentidos das inequações e a igualdade não têm que obedecer à ordem exemplificada. Os c_j, a_{ij} e b_i são parâmetros no modelo, isto é, os seus valores são conhecidos e os x_j são as variáveis de decisão. Como se verá a seguir, um modelo para o dimensionamento económico de uma rede de distribuição de água por fontanários pode enquadrar-se neste formato.

Considere-se a rede ramificada que se apresenta esquematicamente na Figura 1. Admita-se que em cada nó um dado consumo tem de ser garantido (c_j no nó j) e que em alguns ou em todos os nós os valores da pressão, H_j, tem que estar compreendidos entre um máximo ($HMAX_j$) e um mínimo ($HMIN_j$). O traçado da rede é conhecido e o comprimento do troço (constituído por tubagens) que une os nós i e j é L_{ij}. O procedimento no modelo consiste em admitir que em cada troço podem existir tubagens de vários diâmetros, da gama dos diâmetros comerciais. As variáveis de decisão serão, neste caso, os comprimentos dos segmentos destes diâmetros em cada troço. O primeiro conjunto de restrições, se X_{ijm} representar o comprimento do segmento no troço entre os nós i e j com o diâmetro de ordem m, será dado por:

$$\sum_m X_{ijm} = L_{ij} \qquad \text{para todos (i. j)} \tag{9}$$

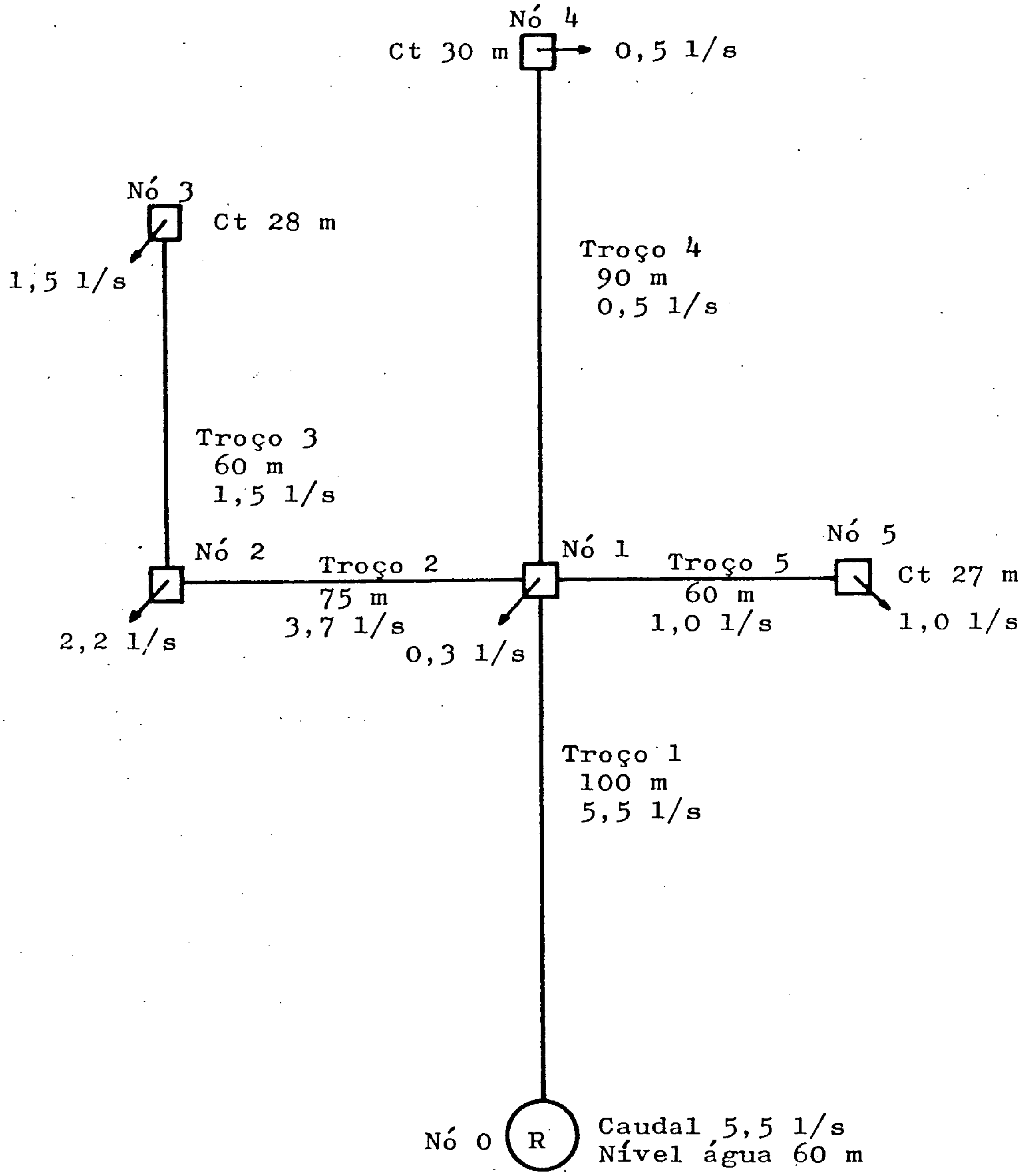
Por outro lado, dado que se trata de uma rede ramificada em que os consumos em cada nó são conhecidos, os caudais, Q_{ij}, em cada troço são, igualmente, conhecidos. Assim, se D_{ijm} for o diâmetro de ordem m no troço entre os nós i e j a correspondente perda de carga unitária pode ser calculada pela fórmula de Manning:

$$J_{ijm} = \beta \, Q_{ij}^{2} \, D_{ijm}^{-16/3} \tag{10}$$

Consequentemente, a perda de carga total é dada por:

$$\Delta H_{ijm} = J_{ijm} \, X_{ijm} \tag{11}$$

Começando em qualquer nó do sistema em que a cota da linha de energia, H_s, é conhecida (neste caso o reservatório R)



Restrições para o nó e troço 5 (HMAX = 30 m, HMIN = 15 m e dois diâmetros por troço)

Comprimentos: $X_{151} + X_{152} = 60$

Pressões: $3 \leqslant 0{,}0119\ X_{011} + 0{,}0392\ X_{012} + 0{,}0013\ X_{151} + 0{,}006\ X_{152} \leqslant 18$

Figura 1 - Rede Ramificada Esquemática.

e escolhendo qualquer percurso entre este nó e o nó n, no qual a pressão tem de estar entre os valores máximo e mínimo, podem ser escritas as seguintes restrições:

$$HMIN_n \leqq H_s - \sum_{(i,j)} \sum_m J_{ijm} \; X_{ijm} \leqq HMAX_n \tag{12}$$

O primeiro somatório refere-se aos troços contidos no percurso até ao nó n e o segundo refere-se aos segmentos contidos em cada troço desse percurso. As restrições deste tipo podem ser impostas só para parte dos nós da rede desde que sejam suficientes para garantir que na solução final as pressões em todos os nós estão compreendidas entre os limites requeridos. Este aspecto é importante pois a eficiência na obtenção da solução final aumenta quando o número de restrições diminui.

O custo de uma tubagem (aquisição e aplicação) com um dado diâmetro pode ser considerado proporcional ao seu comprimento. Se C_{ijm} for o custo por unidade de comprimento do diâmetro de ordem m no troço entre os nós i e j, o custo total da rede de distribuição, Z, é dado por

$$Z = \sum_{(i,j)} \sum_m C_{ijm} \, X_{ijm} \tag{13}$$

A minimização da função objectivo (13) sujeita às restrições (9), (12) e, ainda, com os comprimentos X_{ijm} maiores ou iguais a zero é um modelo linear da mesma forma que o representado pelas equações (7) e (8). As variáveis de decisão são os comprimentos X_{ijm}.

A selecção da lista de diâmetros comerciais passíveis de serem utilizados em cada troço é um aspecto importante. É conveniente que o seu número seja o mais reduzido possível de forma a manter pequeno o número de variáveis de decisão. No entanto, uma vez obtida a solução do problema para uma dada lista restrita de diâmetros em cada troço o engenheiro deve examinar quais os diâmetros que foram seleccionados nos diferentes troços. Se a solução óptima aponta para um único diâmetro num dado troço, e se este corresponde a um dos extremos da lista dos diâmetros possíveis para esse troço, então esta lista terá de ser ampliada na direcção conveniente e o problema resolvido novamente. Este procedimento pode, em geral, ser incorporado no programa de computador e, portanto, executado automaticamente. Aliás,este procedimento é simples porque pode ser provado que se o custo de uma tubagem é uma função convexa com o diâmetro (o que normalmente acontece) então a solução óptima contém no máximo dois diâmetros consecutivos por troço, da lista de diâmetros possíveis para esse troço.

4. MODELOS DE OPTIMIZAÇÃO PARA REDES DE COLECTORES DE ÁGUAS RESIDUAIS

Este capítulo apresenta uma síntese dos modelos de optimização que foram desenvolvidos até à data para o dimensionamento de redes de colectores de águas residuais.

O primeiro modelo foi apresentado por Holland [31], o qual pretendia obter as inclinações e os diâmetros dos colectores para um dado traçado da rede. O problema foi formulado e resolvido utilizando programação separável, admitindo uma certa forma da função de custo para os colectores; o diâmetro era a variável de decisão principal. Na prática, no entanto, o engenheiro só dispõe de diâmetros comerciais (conjunto discreto) pelo que se põe o problema do arredondamento dos diâmetros teóricos (conjunto contínuo). Este autor, reconhecendo as imprecisões que poderiam advir do simples arredondamento, sugeriu a pesquisa aleatória dos diâmetros comerciais, na vizinhança da solução óptima para os diâmetros teóricos. No entanto, a aplicação do modelo limitou-se a uma rede de sete colectores e, portanto, não se sabe da viabilidade de utilizar esta técnica de pesquisa a redes reais. Mais ou menos na mesma altura, Deininger [28] propôs um modelo para interceptores admitindo que o custo dos colectores era linear com o diâmetro e com a profundidade média da escavação. Após a linearização das restrições, para as velocidades mínima e máxima em cada troço, este autor utilizou programação linear. Na sua formulação Deininger admitiu que o escoamento era feito a secção cheia, o que se afasta da prática comum.

Dajani, Gemmel e Morlok [26] propuseram um modelo em que a função objectivo era não linear enquanto que as restrições eram lineares. Dada a convexidade da função objectivo este autor utilizou programação separável. A função de custo dos colectores considerava o custo por unidade de comprimento como a variável dependente e os quadrados do diâmetro do colector e da profundidade média de escavação como as variáveis independentes. Mais uma vez foi admitido que o diâmetro era uma variável contínua e o escoamento se fazia a secção cheia. No entanto, podiam ser resolvidas redes de uma certa dimensão.

Haith [30] usou programação dinâmica num trabalho apresentado na mesma altura do de Holland. O modelo era de tal maneira simplificado que não podia ser aplicado a problemas reais de engenharia. O escoamento nos colectores era feito a secção cheia e a rede não podia apresentar uma configuração ramificada. Walsh e Brown [35], em continuação do trabalho de Haith, consideraram funções de custo mais adequadas e, pela primeira vez, admitiram que o escoamento nos colectores podia ser feito a secção não cheia. Para testar o modelo foram considerados dois exemplos. O primeiro para uma pequena rede e o segundo para uma situação real de engenharia com 110 caixas de visita. Provavelmente desconhecendo o trabalho de Haith, Alan Voorhees and Associates Inc. [34] mostrou que o dimensionamento óptimo de colectores poderia ser formulado como um modelo de programação dinâmica, embora não tenham resolvido qualquer problema. Merrit e Bogan [33] utilizaram programação dinâmica discreta em que os estádios eram as caixas de visita e as variáveis de estado eram os diâmetros, as cotas de soleira dos colectores e os custos acumulados nos nós. Pela primeira vez são consideradas estações de bombagem sempre que a solução do escoamento por gravidade atinja uma profundidade de escavação superior a um valor especificado pelo engenheiro. Mays e Yen [32] reformularam o modelo de programação dinâmica discreta de forma a diminuir o tempo e a memória de computador. Utilizaram uma técnica designada por programação dinâmica diferencial discreta, mas os autores reconhecem que nem sempre é atingida a solução óptima global.

Argaman, Shamir e Spivak [25] formularam um modelo em que pela primeira vez tentam optimizar, simultaneamente, o traçado da rede em planta e o traçado da rede em perfil longitudinal. No entanto, o tempo de resolução e a memória de computador necessários tornam o modelo impraticável. Finalmente, Tang, Mays e Yen propuseram um modelo para dimensionamento de redes de águas residuais pluviais considerando os riscos devidos e incertezas nos parâmetros e nas equações de projecto.

Pelo que foi exposto, verifica-se que a programação dinâmica tem sido bastante utilizada no dimensionamento de redes de águas residuais. Embora apresentem a vantagem de serem aplicáveis a qualquer tipo de função de custo e de poderem tratar o diâmetro como uma variável discreta, em geral tais modelos requerem grande memória de computador e são lentos na obtenção da solução, além de tornarem difícil a análise de sensibilidade.

Dajani e Hasit [27], em complemento aos modelos acima referidos, propuseram um modelo utilizando programação inteira misturada ("mixed integer programming") de forma a obter soluções compatíveis com os diâmetros comerciais. No entanto, resolveram um exemplo só com sete colectores. Gupta, Agarwal e Khanna [29] propuseram um modelo no qual as variáveis de decisão eram a profundidade de escavação e o diâmetro dos colectores. Dado que a função objectivo e as restrições não são lineares estes autores usaram o método das direcções conjugadas de Powell para a obtenção da solução. No entanto, o modelo foi testado unicamente para uma rede de seis colectores.

Finalmente, o autor em trabalho que constituirá a sua tese de doutoramento no Instituto Superior Técnico desenvolveu um modelo que utiliza um método idêntico ao seguido nas redes ramificadas, apresentado no capítulo anterior. O método selecciona variáveis de decisão especiais: em cada troço entre caixas de visita obrigatórias(1) podem existir colectores de vários diâmetros,

(1) Caixas de visita obrigatórias são aquelas em que há junção de colectores ou mudança de inclinação do terreno.

da gama de diâmetros comerciais e em que as variáveis de decisão são os comprimentos dos segmentos destes diâmetros. As restantes variáveis de decisão são as quedas nas caixas de visita. Neste caso, os diâmetros não são, portanto, variáveis de decisão pois são seleccionados antecipadamente. A função objectivo é não linear, dependendo a sua forma do tipo de função de custo utilizada, mas as restrições são sempre lineares. Estas restrições são de dois tipos: (1) idênticas às da equação (9), isto é, o somatório dos comprimentos dos segmentos em cada troço é igual ao comprimento total do troço, e (2) a profundidade dos colectores medida sobre o extradorso tem que ser maior ou igual a uma profundidade mínima exigida. Limitações usualmente requeridas no dimensionamento, tais como velocidade máxima, poder de transporte ou velocidade mínimos, etc., são condições exógenas do modelo porque podem ser verificadas antes da execução do processo de optimização.

O modelo considera que o escoamento se faz a secção parcialmente cheia, sendo a altura máxima deste um parâmetro especificado pelo engenheiro. Além disso, o modelo permite resolver redes de grandes dimensões com qualquer configuração.

5. CONCLUSÕES

Muitos trabalhos têm sido realizados no domínio dos modelos de optimização para redes de águas de abastecimento e residuais. Embora uma parte desses modelos não apresentem características mínimas que possibilitem a sua aplicação a casos práticos de engenharia, alguns dos mais recentes têm provado enormes potencialidades nesse campo. Um passo importante será o de transmitir e motivar os profissionais de engenharia para este tipo de tecnologia.

Para isso, e a título de conclusões, considera-se fundamental focar um conjunto de aspectos que salientem a importância destas técnicas.

O primeiro, que é aliás o principal objectivo destes modelos, é o de sistematicamente compatibilizar viabilidade técnica com custo mínimo. Até aqui ao engenheiro, na maior parte dos casos, só se tornava possível encontrar uma solução tecnicamente viável e a partir daí determinar o seu custo. A sua maior ou menor experiência profissional ditariam o maior ou menor custo do sistema.

Um outro aspecto é o de permitir ao engenheiro concentrar-se em aspectos que, devido ao trabalho rotineiro e fastidioso do cálculo, o afastavam, por vezes, de um estudo mais cuidadoso de soluções alternativas.

Finalmente, através da análise de sensibilidade é possível, de uma forma sistemática, analisar as implicações que certos critérios ou parâmetros de projecto têm no dimensionamento dos sistemas.

APÊNDICE I - REFERÊNCIAS

PARTE I - Águas de Abastecimento

[1] Abadie, J., "Application of the GRG Algorithm to Optimal Control Problems", Capítulo 8 em "Integer and Nonlinear Programming", Ed. por J. Abadie, North-Holland Publishing Co., 1970, pp. 191-211.

[2] Alperovits, E. e Shamir, U., "Design of Optimal Water Distribution Systems", Water Resources Research, Vol. 13, nº 6, Dezembro 1977, pp. 885-900.

[3] Deb, A. K., "Optimization of Water Distribution Network Systems", Proc. ASCE, Vol. 102, No. EE4, Agosto 1976, pp. 837--851.

[4] Deb., A. K. e Sarkar, "Optimization in Design of Hydraulic Networks", Proc. ASCE, Vol. 97, No. SA2, Abril 1971, pp. 141--159.

[5] DeNeufville, R., Schaake, J., Stafford, J. H., "Systems Analysis of Water Distribution Networks", Proc. ASCE, Vol. 97, No. SA6, Dezembro 1971, pp. 825-842.

[6] Dillingham, D. J., "Computer Analysis of Water Distribution Systems", Water and Sewage Works, Fevereiro, Abril e Junho 1967.

[7] Epp, R. e Fowler, A. G., "Efficient Code for Steady-State Flows in Networks", Proc. ASCE, Vol. 96, No. HY1, Janeiro 1970, pp. 43-56.

[8] Gupta, I., "Linear Programming Analysis of a Water Supply System", AIIE Transactions, Vol. 1, No. 1, Março 1969, pp. 56-61.

[9] Gupta, I., Hassan, M. Z. e Cook, J., "Linear Programming Analysis of a Water Supply System with Multiple Supply Points", AIIE Transactions, Vol. 4, No. 3, Setembro 1972, pp. 200-204.

[10] Kally, E., "Pipeline Planning by Dinamic Computer Programming", Journal AWWA, Vol. 61, No. 3, Março 1969, pp. 114-118.

[11] Kally, E., "Computerized Planning of the Least-Cost Water Distribution Network", Water and Sewage Works, Referência No. 1972, pp. R-121 a R-127.

[12] Karmeli, D., Gadish, Y. e Meyers, S., "Design of Optimal Water Distribution Networks", Proc. ASCE, Vol. 94, No. PLI, Outubro 1968, pp. 1-70.

[13] Kohlhass, C. e Mattern, D. E., "An Algorithm for Obtaining Optimal Looped Pipe Distribution Networks", 6th Annual Symposium on the Application of Computers to the Problems of the Urban Society, Association of Computing Machinery, New York, Outubro 1971, pp. 138-151.

[14] Lai, D. e Schaake, J. C., "Linear Programming and Dynamic Programming Application to Water Distribution Network Design", Part 3 de "Engineering Systems Analysis of the Primary Water Distribution Network of New York City", Dept of Civil Engineering, M.I.T., Julho 1969.

[15] Lam, C. F. e Wolla, M. L., "Computer Analysis of Water Distribution Systems: Part I - Formulation of Equations",Proc. ASCE, Vol. 98, No. HY2, Fevereiro 1972, pp. 335-343.

[16] Liang, T., "Design Conduit System by Dynamic Programming", Proc. ASCE, Vol. 97, No. HY3, Março 1971, pp. 383-393.

[17] Rao, H. S. e Bree, D. W., "Extended Period Simulation of Water Systems - Part A", Proc. ASCE, Vol. 103, No. HY2, Fevereiro 1977, pp. 97-108.

[18] Rao, H. S. e Bree, D. W., "Extended Period Simulation of Water Systems - Parte B", Proc. ASCE, Vol. 103, No. HY3, Março 1977, pp. 281-294.

[19] Robinson, R. B. e Austin, T. A., "Cost Optimization of Rural Water Systems", Proc. ASCE, Vol. 102, No. HY8, Agosto 1976, pp. 1119-1134.

[20] Shamir, U., "Optimal Design and Operation of Water Distribution Systems", Water Resources Research, Vol. 11, No. 4, Fevereiro 1974, pp. 27-36.

[21] Shamir, U. e Howard, C. D. D., "Water Distribution System Analysis", Proc. ASCE, Vol. 94, No. HY1, Janeiro 1968, pp. 219-234.

[22] Shamir, U. e Howard, C. D. D., "Engineering Analysis of Water Distribution Systems", Journal AWWA, Vol. 69, Nº 9, Setembro 1977, pp. 510-514.

[23] Watanatada, T., "Least-Cost Design of Water Distribution Systems by Nonlinear Programming", Proc. ASCE, Vol. 99,No. HY9, 1973, pp. 1487-1513.

[24] Wood, D. J. e Charles, C.A.O., "Hydraulic Network Analysis Using Linear Theory", Proc. ASCE, Vol. 98, No. HY7, Julho 1972, pp. 1157-1170.

PARTE 2 - Águas Residuais

[25] Argaman, Y., Shamir, U. e Spivak, E., "Design of Optimal Sewerage Systems", Proc. ASCE, Vol. 99, No. EE5, Outubro 1973, pp, 703-716.

[26] Dajani, J. S., Gemell, R. S. e Morlok, E. K., "Optimal Design of Urban Wastewater Collection Networks", Proc. ASCE, Vol. 98, No. SA6, Dezembro 1972, pp. 853-867.

[27] Dajani, J. S. e Hasit, Y., "Capital Cost Minimization of Drainage Networks", Proc. ASCE, Vol. 100, Nº EE2, Abril 1974, pp. 325-337.

[28] Deininger, R. A., "Computer Aided Design of Waste Collection and Treatment Systems", Proceedings of the 2nd Annual American Water Resources Conference, Univ. Chicago, Chicago, II., Novembro 1966, pp. 247-258.

[29] Gupta, J. M., Agarwal, S. K. e Khanna, P., "Optimal Design of Wastewater Collection Systems", Proc. ASCE, Vol. 102, No. EE5, Outubro 1976, pp. 1029-1041.

[30] Haith, D., "Vertical Alignment of Sewers and Drainage Systems by Dynamic Programming", "masters thesis" apresentada ao M.I.T., Cambridge, MA, em 1966.

[31] Holland, M. E., "Computer Models of Wastewater Collection Systems", Harvard Water Resources Group, Harvard Univ., Cambridge, MA, em 1966.

[32] Mays, L. W. e Yen, B. C., "Optimal Cost Design of Branched Sewer Systems", Water Resources Research, Vol. 11, No. 1, Fevereiro 1975, pp. 37-47.

[33] Merrit, L. B. e Bogan, R. H., "Computer Based Optimal Design of Sewer Systems", Proc. ASCE, Vol. 99, No. EE1, Fevereiro 1973, pp. 35-53.

[34] Voorhees, A. M. and Associates, Inc., "Sewer System Cost Estimation Model", Report P. B. 183981, National Tech. Information Serv., Springfield, Va., 1969.

[35] Walsh, S. e Brown, L. C., "Least Cost Method for Sewer Design", Proc. ASCE, Vol. 99, No. EE3, Junho 1973, pp. 333-345.