

Dimensión fractal e identificación de potenciales sectores de servicio en redes de distribución de agua potable utilizando criterios hidráulicos

Fractal Dimension Assessment and Identification of Potential District-Metered Areas in Water Distribution Networks Using Hydraulic Criteria

Kevin Vargas¹, Camilo Salcedo², Juan Saldarriaga³

© Autor Correspondiente: jsaldarr@uniandes.edu.co

¹ Investigador, Centro de Investigaciones en Acueductos y Alcantarillados (CIACUA), Universidad de Los Andes, Colombia, Carrera 1 Este N° 19A – 40, Bogotá

² Profesor Instructor, Departamento de Ingeniería Civil y Ambiental, Universidad de Los Andes, Colombia, Carrera 1 Este N° 19A – 40, Bogotá

³ Profesor Titular, Departamento de Ingeniería Civil y Ambiental, Universidad de Los Andes, Colombia, Carrera 1 Este N° 19A – 40, Bogotá

RESUMEN: El algoritmo de Box Covering, utilizado para el cálculo de la dimensión fractal en Redes de Distribución de Agua Potable (RDAPs), fue propuesto como una alternativa para identificar posibles sectores hidráulicos en RDAPs. La calidad de posible sectorización de las redes se midió mediante el Índice de Modularidad (Q). A través del uso de variables hidráulicas, como la Línea de Gradiente Hidráulico (LGH), se establecieron unos criterios (sumQ y LGH*sumQ) para el cálculo de los pesos de las uniones (nudos, embalses, tanques, entre otros) en dicho método, se realizaron pruebas para identificar sectores potenciales en las redes de Cazucá (sector de Bogotá, Colombia) Exnet y Santa Marta, Colombia. La identificación de sectores obtenida con el algoritmo de Box Covering fue comparada con la identificación de sectores obtenida mediante el algoritmo de *Community Detection*, así como con algunos resultados de la *Battle of Water Networks District-Metered Areas 2016* (BWNDMA). De esta manera, fue posible concluir que la metodología propuesta es una alternativa viable para identificar posibles sectores hidráulicos en RDAPs de distintos tamaños y complejidades.

Palabras clave: dimensión fractal; sectorización; criterios hidráulicos.

ABSTRACT: Box-Covering Algorithm, used for the assessment of Fractal Dimension in Water Distribution Systems (WDS), was proposed as an alternative for the identification of potential District Metered Areas (DMAs) within WDS. The performance of the potential identified DMAs was measured through the Modularity Index (Q). Moreover, based in the hydraulic behavior of the system including the Hydraulic Grade Line (HGL), some indexes (SumQ and HGL*sumQ) were proposed. Hence, these hydraulic-based criteria were used for the assessment of the weight at the junctions of the system in the aforementioned algorithm. Afterwards, several tests were developed for the potential identification of DMAs in 3 different networks: Cazucá (a DMA in Bogota, Colombia), Exnet and Santa Marta, Colombia. The identification of DMAs obtained using Box Covering Algorithm was compared with the results obtained through Community Detection Algorithm, as well as some results from Battle of Water Networks District-Metered Areas (BWNDMA) 2016. Hence, it was possible to conclude that the proposed methodology is a feasible alternative for the potential identification of DMA in WDS of different sizes and complexities.

Keywords: Fractal Dimension; DMA identification; Hydraulic Criteria; Box Covering Algorithm; Community Detection Algorithm.

1. INTRODUCCIÓN

La fractalidad es una de las propiedades geométricas encontradas de forma más recurrente en diferentes sistemas naturales y artificiales, la cual se caracteriza por la presencia de patrones similares a diferentes escalas en estos. Aunque se han propuesto diversas definiciones para un fractal, la que mejor se ajusta a esta investigación corresponde a un arreglo, objeto o sistema abstracto que presenta autosimilitud en diferentes escalas, siendo esta última una propiedad de un objeto en donde el todo es similar a una parte de sí mismo.

Dentro de la propiedad de autosimilitud no es necesario que en el sistema se presente exactamente la misma estructura, pero sí el mismo tipo de estructura geométrica en diferentes escalas. Por su parte, la cuantificación de las propiedades de un fractal se puede realizar a través de algunas dimensiones: La dimensión topológica (D) o dimensión "intuitiva" de cualquier objeto, arreglo o sistema fractal, siempre es un número entero (por ejemplo, un punto: $D=0$, curva: $D=1$, superficie: $D=2$, etc.) mientras que su dimensión fractal puede ser un número decimal (fraccional) (Mandelbrot, 1983).

Ahora bien, en el caso de las Redes de Distribución de Agua Potable – RDAP-, el concepto de fractalidad se analiza desde una perspectiva menos geométrica. Se considera una RDAP fractal como aquella en la que sus uniones se conectan de forma similar a diferentes escalas, lo cual implica teóricamente un comportamiento similar de las características relacionadas con la hidráulica de la red a diferentes escalas. Para que esto último se cumpla, no es necesario que la geometría del sistema sea similar a diferentes escalas. Por lo tanto, una RDAP fractal puede cambiar completamente su geometría y seguir siendo igual de fractal siempre que la conectividad entre sus nudos siga siendo la misma. La autosimilitud en cuanto a conectividad de las RDAP es causada por factores que pueden ser atribuidos al ser humano, más que de origen físico, debido a la forma en que son construidos los sistemas de distribución de agua en general.

La identificación de estas características en las redes de distribución de agua potable permite realizar un análisis a gran escala con muy pocos detalles, garantizando un alto nivel de confianza en los resultados. Esto se puede hacer, antes de realizar un análisis detallado a una escala más fina. Este proceso ofrece una forma eficiente y confiable de analizar y manejar información de sistemas de gran tamaño (Diao, Butler e Ulanicky, 2017).

Debido a la identificación de propiedades de la fractalidad en las redes de distribución de agua,

se ha propuesto su uso en la gestión operativa de estos sistemas en actividades tales como la identificación de sectores hidráulicos potenciales, para posteriormente llevar a cabo la sectorización de una red de distribución.

En relación con lo anterior, la sectorización consiste en la división de una RDAP en zonas de menor tamaño y complejidad, con el propósito de realizar un manejo simplificado en aspectos inherentes a una red de agua potable tales como su análisis, planeación y su gestión (Laucelli *et al.*, 2016). Sin embargo, para que el proceso de sectorización sea llevado a cabo en su totalidad, se debe abordar toda su complejidad (Walski, Kaufman e Malos, 2001). Esto se desarrolla, en términos de los aspectos técnicos relacionados con la instalación de medidores y válvulas en sistemas reales, así como sus costos asociados, lo cual resulta en un proceso que requiere mucho énfasis por parte de las compañías de servicios públicos para llevar a cabo una sectorización efectiva.

En los últimos años, se han propuesto distintos tipos de soluciones para abordar el problema operativo de la sectorización de una RDAP, abordando la identificación potencial de sectores de servicio en una etapa del proceso, y determinando la configuración y ubicación de los accesorios necesarios en una fase posterior (Laucelli *et al.* (2016), Gilbert *et al.* (2017), Martínez-Solano *et al.* (2018) y Liu e Han (2018)).

Un espacio ideal para poner a prueba metodologías como las descritas previamente fue el evento científico *The Battle of Water Networks District Metered Areas (BWNDMA)*, el cual se desarrolló en el marco de la versión 18 de la conferencia *Water Distribution System Analysis – WDSA 2016*, llevada a cabo en Cartagena, Colombia. Esta competencia se centró en la identificación de nuevos sectores hidráulicos en una red existente, en este caso E-Town. La solución propuesta por cada equipo debía garantizar el cumplimiento de restricciones económicas, de calidad de agua y relacionadas con la uniformidad de las presiones en el sistema en dos escenarios distintos: Una época húmeda, y una época de sequía con cortes de agua (Saldarriaga *et al.*, 2019).

Ahora bien, la presente investigación busca darle al análisis de la fractalidad de una RDAP una aplicación enfocada a la identificación de sectores de servicio potenciales en este tipo de sistemas, teniendo como ventaja una fuerte fundamentación en el conocimiento de la conectividad del sistema y su comportamiento hidráulico. Una vez estos potenciales sectores de servicio se encuentran definidos, se podrá proceder a realizar el análisis

relacionado con la instalación de accesorios para dividir efectivamente el sistema.

Debido a lo anterior, en la presente investigación se propone el uso del algoritmo de "Box Covering" para la identificación de posibles sectores hidráulicos. La sectorización obtenida para las RDAPs fue evaluada mediante el Índice de Modularidad (Q). Cuando la división resultante no representa una mejora significativa respecto a una simple división aleatoria, este índice tiende a 0.0; por su parte, entre más independiente sean los sectores entre sí (existan menos interconexiones entre ellos) y entre mayor sea la densidad de tuberías por nudo en cada sector, este índice se acerca más a 1.0 (Zhu *et al.*, 2008). De manera general, una modularidad se puede considerar alta cuando (Newman e Girvan, 2004). La metodología propuesta fue aplicada a tres redes de distribución de agua potable distintas, en donde se analizaron sistemas de diferentes tamaños y configuraciones con el fin de determinar la validez de la misma.

2. METODOLOGÍA

2.1 Cálculo de la Dimensión Fractal de una RDAP

Una red se considera fractal si existe una relación potencial entre el número de grupos o "cajas" (N_B) necesarias para cubrir todas las uniones de la red, y el tamaño de cada caja en términos de uniones (l_B) (Diao, Butler e Ulanicky, 2017). De esta forma, una red se considera fractal si para todos los l_B posibles se obtienen valores de N_B de tal forma que se cumpla la Ecuación 1.

$$N_B = K_0 l_B^{-d_B} \quad (1)$$

En esta ecuación, K_0 representa el número de cajas para un l_B de 1 (es decir, el número total de uniones de la red) y d_B es el factor de escala que especifica la magnitud del cambio de las características en la red con respecto a la escala a la cual es analizada; este último se conoce como la dimensión fractal de la red de distribución.

Ahora bien, si se toma el logaritmo en base 10 a cada lado de la Ecuación 1, se obtiene la expresión mostrada en la Ecuación 2. En otras palabras, una red se considera fractal si existe una relación lineal entre $\text{Log}(N_B)$ y $\text{Log}(l_B)$ para todos los posibles l_B .

$$\text{Log}(N_b) = -d_b \text{Log}(l_B) + \text{Log}(K_0) \quad (2)$$

Al realizar un ajuste lineal a los datos obtenidos, si el coeficiente de determinación es lo suficientemente alto, la red se considera fractal, y la dimensión

fractal se obtiene mediante el valor absoluto de la pendiente de dicho ajuste. El procedimiento seguido para escoger las cajas para cada tamaño de caja y posteriormente calcular la dimensión fractal para cada RDAP, fue el mismo que el procedimiento descrito por Song *et al.*, (2007). Este algoritmo se resume en la Figura 1.

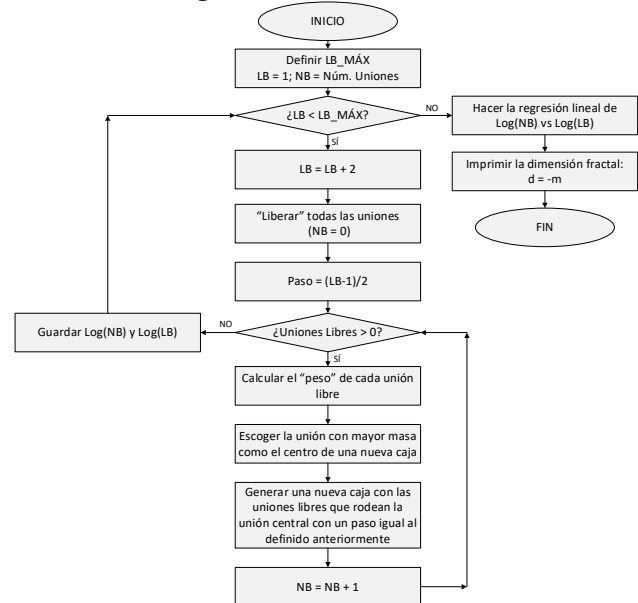


Figura 1. Diagrama de flujo del algoritmo para el cálculo de la dimensión fractal en redes.

En el método de Song *et al.*, (2007), para el cálculo del peso de cada unión de la red, se cuentan las uniones que están conectadas a una distancia menor o igual al tamaño del paso (en términos de uniones) desde el centro que se esté considerando. Esto equivale a asignarle a cada unión un peso individual de una unidad. A este criterio se le asignó el nombre de *Criterio Topológico* ($w_i = 1$) ya que únicamente considera la topología de la red de distribución.

Además del *Criterio Topológico*, en esta investigación se incorporaron algunos criterios hidráulicos en el cálculo de la dimensión fractal. Para esto, se propusieron dos formas alternativas de asignarle el peso individual a cada unión. En el caso de las RDAP, una unión hace referencia a un nudo o conexión entre dos o más tuberías.

El primer criterio hidráulico propuesto, denominado como *Criterio SumQ*, consiste en la asignación del peso mediante la sumatoria de todos los caudales que entran a la unión i , representado por la Ecuación 3.

$$w_i = \sum Q_{ji} \quad (3)$$

Por su parte, el segundo criterio hidráulico propuesto, denominado como *Criterio LGH*sumQ*, es igual al descrito previamente multiplicado por

la altura de la línea de gradiente hidráulico (LGH) en la unión i . Este criterio es calculado utilizando la Ecuación 4.

$$w_i = LGH_i * \sum Q_{ji} \quad (4)$$

Una vez se calculaban los pesos de cada unión con el criterio seleccionado, se calculó el peso total de una unión para determinar cuál debe ser el centro de la siguiente caja de la forma descrita en el algoritmo de Box Covering. Por su parte, el resto del algoritmo se desarrolló sin ninguna modificación. Finalmente, para todos los casos, si el R^2 del ajuste resultaba mayor o igual a 0.95, la red se consideró fractal.

A partir del procedimiento aquí descrito, se calculó la dimensión fractal de un gran número de redes de distribución de agua potable con cada criterio y se compararon los resultados. Para analizar el efecto del aumento de las demandas, se multiplicaron las demandas base por factores arbitrarios y se calculó la dimensión fractal incluyendo criterios hidráulicos en estos casos.

2.2 Modularidad

Newman y Girvan (2004) definieron el concepto de Modularidad como un indicador para evaluar la división en comunidades o sectores de una red en particular. Para definir este concepto, Zhu *et al.*, (2008) definen el Índice de Modularidad Q de una red a través de la Ecuación 5.

$$Q = \frac{1}{2m} \sum_{\mu\nu} (A_{\mu\nu} - \frac{k_{\mu}k_{\nu}}{2m}) \delta(C_{\omega} C_{\nu}) \quad (5)$$

en donde μ, ν representan dos vértices, o uniones, cualquiera de la red, m es el número total de conexiones de la red (principalmente tuberías), $2m$ es el número total de arcos, $A_{\mu\nu}$ toma el valor de 1 si las uniones μ, ν están conectadas, o 0 en caso contrario, y k_{μ} es el grado del vértice μ representando el número de tuberías conectadas a dicha unión. Adicionalmente, C_{μ} representa la comunidad – o sector- al cual pertenece el vértice μ , y $\delta(C_{\omega} C_{\nu})$ toma el valor de 1 si $C_{\mu} = C_{\nu}$ y 0 en caso contrario.

Al realizar modificaciones algebraicas, y en términos de cada sector i , se llega a la Ecuación 6 descrita a continuación.

$$Q = \sum_j (e_{ii} - a_i^2) \quad (6)$$

En la última ecuación, e_{ii} se puede interpretar y calcular como la fracción del número de arcos

que conectan al sector i con el j (en esa dirección únicamente) respecto al número total de arcos. Por lo tanto, e_{ii} es la fracción del número de arcos que conectan las uniones del sector i entre sí (en ambas direcciones) respecto al total de arcos. Finalmente, a_i se puede definir como la fracción de la suma total del número de conexiones, o vecinos, que tiene cada unión perteneciente al sector i .

El valor del índice de Modularidad Q está definido entre 0 y 1. Este puede ser utilizado para evaluar la calidad de una determinada sectorización siendo mejor entre más cercano se encuentre a 1.0, ya que esto representa una mayor densidad de arcos por unión en cada sector. Por su parte, este índice será peor entre más cercano sea su valor a 0.0, pues representa un menor número de conexiones entre sectores. En adición, según algunos autores como Diao *et al.* (2014) it is usually difficult to identify the key features of the properties of the system, and subsequently all the critical components within the system for a given purpose of design or control. One way is, however, to more explicitly visualize the network structure and interactions between components by dividing a WDS into a number of clusters (subsystems, la modularidad puede considerarse alta a partir de un valor de aproximadamente 0.3.

Ahora bien, a partir de dos sectores i y j dados, el cambio en la modularidad ΔQ_{ij} resultante al combinar ambos sectores para formar un nuevo sector, se puede deducir fácilmente. Finalmente, el cambio en la modularidad está dado finalmente por la Ecuación 15 (Zhu, Wang, Ma, Pan, & Ding, 2008).

$$\Delta Q_{ij} = 2(e_{ij} - a_i a_j) \quad (7)$$

2.3 Identificación de Sectores Hidráulicos Usando el Algoritmo Box Covering

El algoritmo de Box Covering, descrito por Song *et al.* (2007), es ampliamente utilizado para el cálculo de la dimensión fractal en redes reales. Este algoritmo consiste en encontrar el número de cajas N_B , definiendo una *caja* como un grupo de uniones, necesarias para cubrir toda la red para varias longitudes de caja l_B (en términos de uniones). Posteriormente, se implementa el mismo procedimiento descrito en la Sección 2.1 de este artículo, determinando la dimensión fractal d_B de la red, representado por el valor absoluto de la pendiente del ajuste lineal realizado.

En esta investigación se propuso el uso de únicamente una iteración del algoritmo en mención, es decir, un solo valor de l_B y su correspondiente

número de cajas N_B . De esta forma, los posibles sectores finales resultantes del método se tomaron simplemente como las cajas finales obtenidas para una única longitud l_B . Los pasos principales seguidos para la ejecución del algoritmo de Box Covering para la sectorización de la red son descritos a continuación. De igual manera, el procedimiento que se debe seguir es el descrito en la Figura 1, contemplando únicamente una sola longitud l_B .

1. Determinar cuál va a ser la longitud l_B de las cajas, en términos de uniones, que será empleada en el algoritmo. En la presente investigación, se usaron varios l_B enteros e impares y se escogieron las divisiones de la RDAP que dieran los mejores resultados. Estas últimas se caracterizan por tener los mayores Índices de Modularidad Q .
2. Definir el paso desde cada centro de las cajas como $(l_B - 1)/2$ de forma que la máxima distancia (en términos de uniones) entre dos uniones cualquiera de una misma caja, siguiendo la ruta más corta, resulte menor o igual a $l_B - 1$.
3. De manera iterativa, se van a empezar a generar las cajas hasta cubrir la totalidad de la red. Para esto, en cada iteración se calcula el "peso" individual de cada una de las uniones libres, es decir que no pertenecen aún a ninguna caja. Los criterios utilizados para el cálculo de estos pesos corresponden a los criterios hidráulicos $SumQ$ y $LGH*SumQ$, y el *Criterio Topológico*, definidos en la Sección 2.1.
4. Utilizando el paso dado por el en cuestión, se suman todos los pesos encerrados por la caja que se formaría alrededor de cada unión contando únicamente con el peso individual de las uniones libres (esta suma es el peso total de cada unión). Una vez se tiene el peso total de cada unión, se selecciona aquella que tenga el mayor peso total como el centro de la nueva caja y se cubren todas las uniones libres a una distancia igual o menor al paso siguiendo la ruta más corta en todas las direcciones posibles desde el centro seleccionado. Estas uniones cubiertas dejan de estar libres para la siguiente iteración.
5. Este proceso iterativo continúa hasta que no quede ninguna unión libre en la red de distribución de agua potable.
6. Los posibles sectores finales corresponden a las cajas generadas para el l_B seleccionado.

2.4 Identificación de Sectores Hidráulicos Usando el Algoritmo Community Detection

El algoritmo de Community Detection es un algoritmo utilizado para la identificación de sectores, el cual maximiza el Índice de Modularidad Q de la red al combinar sectores hasta que el cambio en la modularidad (Ecuación 7) resultante al combinar cualquier pareja de sectores en la red, deje de ser positiva (Diao *et al.*, 2014) it is usually difficult to identify the key features of the properties of the system, and subsequently all the critical components within the system for a given purpose of design or control. One way is, however, to more explicitly visualize the network structure and interactions between components by dividing a WDS into a number of clusters (subsystems). Los pasos para desarrollar este método se describen a continuación:

1. Suponer que cada unión es un sector independiente ($N_{sectores} = N_{uniones}$).
2. Calcular la matriz ($N_{sectores} \times N_{sectores}$) de cambio de modularidad (ΔQ_{ij}) para cada pareja de sectores i, j con la Ecuación 7.
3. Combinar los sectores i, j con el máximo valor de ΔQ_{ij} . Para esto, se elimina la fila y la columna i, j y se actualiza la fila y la columna j^* de la nueva matriz de ΔQ_{ij^*} para todos los demás sectores conectados con el sector i o el j (j^* hace referencia a la nueva fila y columna j que pudieron o no haberse movido de posición).
4. Repetir los pasos 2 y 3 hasta que no exista ningún $\Delta Q_{ij} > 0$

Con el anterior algoritmo, se garantiza que la Modularidad se maximice empezando con cada unión como un sector; sin embargo, se debe tener en cuenta que esto no garantiza que esta sea la configuración de sectores que alcance la máxima Modularidad posible en total para esa red.

De este modo, se puede afirmar que pueden existir otras configuraciones de sectores que tengan una Modularidad mayor a nivel global en la red. Sin embargo, Diao, *et al.* (2014) [6] concluyeron que al implementar la metodología de Community Detection se encuentran valores muy altos de Modularidad para la red en términos globales.

2.5 Combinación de Sectores Hidráulicos

Uno de los principales problemas relacionados con el uso de las metodologías tales como Box Covering y Community Detection para la identificación de sectores en redes consiste en que el número de

sectores obtenido no es un número fijo, el cual es ser determinado antes de aplicar cada algoritmo. De este modo, este número podría diferir del número de sectores deseado para una red real, como ocurre en este caso con los sistemas de distribución de agua potable. Por esta razón, en esta investigación se propuso un método para reagrupar sectores después de aplicar cada algoritmo hasta obtener el número máximo deseado de sectores. En el caso del algoritmo Community Detection, también se establece un tamaño mínimo de sectores para que el método se detenga luego de identificar un cierto número de sectores, de acuerdo con los criterios operativos deseados para el sistema.

Los criterios para combinar los sectores al llegar a este punto del algoritmo propuesto consisten en primer lugar, en maximizar la densidad de arcos por unión dentro de cada sector, y, en segundo lugar, minimizar el número de conexiones entre sectores (los mismos criterios evaluados por el Índice de Modularidad). Por lo tanto, el método busca la pareja de sectores que cumpla de una mejor manera los dos criterios propuestos mediante el uso de la Ecuación 7. La actualización de las matrices correspondientes a cada sector después de llevar a cabo la combinación se hace de acuerdo con la relación establecida por la Ecuación 6.

3. CASOS DE ESTUDIO

La metodología propuesta en esta investigación fue probada utilizando distintos casos de estudio. En primer lugar, para analizar el efecto de utilizar criterios hidráulicos, además del topológico, para determinar la dimensión fractal en RDAP se consideraron 10 redes distintas pertenecientes a ciudades de Colombia, cuyo tamaño oscilaba entre 666 y 4.813 nudos, y entre 761 y 5.621 tuberías. Estas redes se muestran en la Figura 2.

En segundo lugar, las metodologías de identificación de sectores hidráulicos en una RDAP fueron implementadas utilizando las tres redes mostradas en la Figura 3, las cuales tienen distintas topologías y tamaños. La red de Cazucá, mostrada en la Figura 3a, tiene un total de 150 tuberías y 146 uniones. La red de Exnet (Farmani, Savic e Walters, 2005), mostrada en la Figura 3b y ampliamente utilizada como una red patrón en el ámbito de las redes de distribución, cuenta con 2.467 conexiones, de las cuales 2.645 son tuberías, y 1.891 uniones. Finalmente, la tercera red de estudio correspondió a la RDAP de Santa Marta, Colombia, mostrada en la Figura 3c, la cual cuenta con 13.976 conexiones (en donde 13.896 son tuberías y 69 son accesorios tales como válvulas) y 11.063 uniones (Saldarriaga *et al.*, 2019).

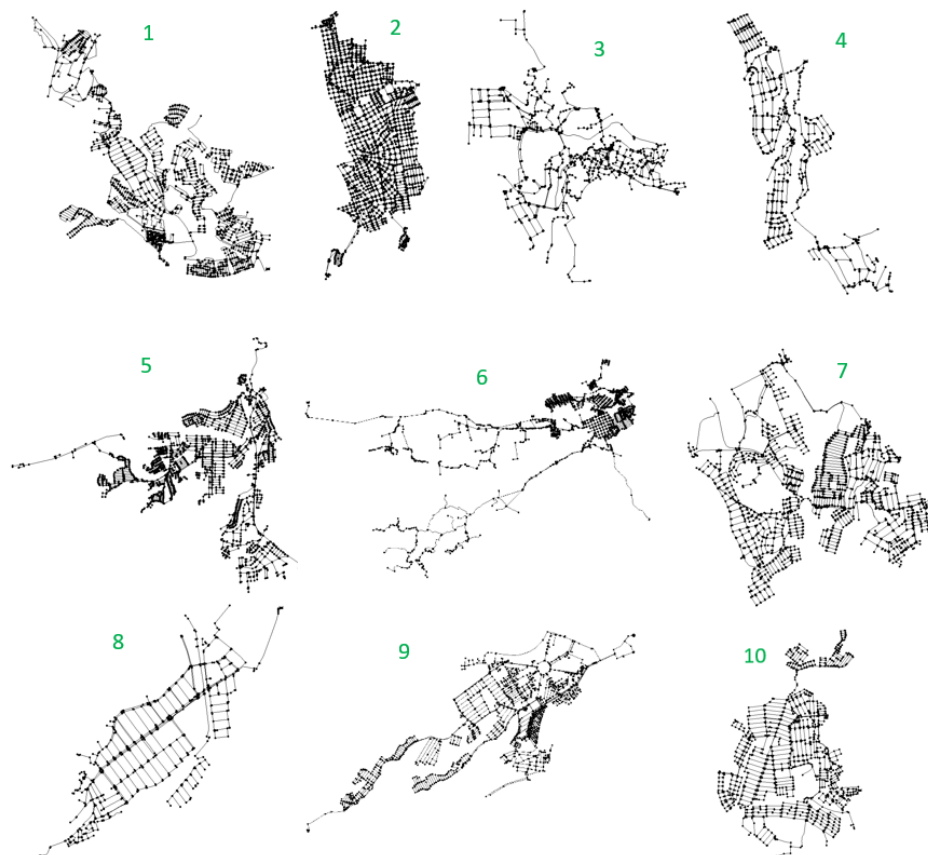


Figura 2. Esquema de RDAP en Colombia Usadas para el Cálculo de la Dimensión Fractal.



Figura 3. Esquema de las redes: a) Cazucá, b) Exnet y c) Santa Marta.

4. RESULTADOS

4.1 Cálculo de Dimensión Fractal en RDAP

En la Tabla 1 se muestra la dimensión fractal, obtenida considerando los tres criterios propuestos (Topológico, SumQ – ver Ecuación 3 y LGH*SumQ – ver Ecuación 4) para el cálculo del peso para las 10 redes.

Como se puede ver en la Tabla 1, la dimensión fractal obtenida con el criterio Topológico casi siempre resultó mayor respecto a los valores obtenidos con los otros dos criterios propuestos. Como se observa, este comportamiento fue consistente en todas las RDAP, exceptuando las redes 5 y 6, lo cual probablemente ocurre ya que estas últimas contaban con muchas concentraciones de nudos, ubicadas de forma dispersa y poco interconectadas en la red.

Por lo tanto, dado que en el criterio Topológico siempre se empiezan a generar las cajas desde las uniones que están rodeadas de un número mayor

de uniones, en general, resultará en valores de números de caja menores para mismos valores de . De esta forma, se puede concluir que por lo general esto resultará en mayores.

4.2 Identificación de Potenciales Sectores Hidráulicos: Box Covering Y Community Detection

4.2.1 Red Cazucá

En el caso de la red de Cazucá, utilizando el método de Box Covering, se calcularon los sectores hidráulicos para distintos tamaños de caja posibles utilizando las tres formas de calcular el peso de las uniones variando los criterios utilizados. Para los mismos tamaños de caja, también se identificaron los potenciales sectores con un número máximo de 10. Por último, se identificaron los sectores con el algoritmo de Community Detection para el número de sectores que daba la máxima modularidad. Posteriormente, se consideró un sector menos,

Tabla 1. Dimensión fractal utilizando los tres criterios propuestos para el cálculo del peso.

Red	No. de Nudos	No. de Tuberías	Criterio Topológico	Criterio SumQ	Criterio LGH*Sum(Q)
1	2.671	3.051	1,05	1,02	1,02
2	4.813	5.621	1,10	1,07	1,07
3	947	1.014	0,96	0,82	0,83
4	906	982	1,01	0,95	0,95
5	3.411	3.854	1,02	1,02	1,02
6	2.741	3.068	1,00	1,01	0,68
7	2.176	2.479	1,08	1,02	1,02
8	666	761	1,03	1,00	1,01
9	2.444	2.699	0,97	0,94	0,73
10	1.819	2.085	1,09	1,07	1,04

y luego con un sector más con el fin de verificar que el resultado del medio efectivamente fuera el de mayor modularidad. Además, se consideró un número máximo de 20 y 10 sectores para comparar con los resultados de Box Covering.

En la red de Cazucá, la Modularidad máxima con el método de Community Detection se alcanza cuando se tiene un número de 13 sectores. Por esta razón, cuando se combinan los sectores hasta llegar al número deseado de 10 sectores, la Modularidad final es menor.

Los resultados obtenidos para números diferentes de 13 sectores para Cazucá muestran que entre más alejado esté la cantidad de sectores obtenida respecto al número de sectores de la máxima modularidad, menor es este indicador, tal como se esperaba con este método. En la Figura 4 se compara de forma visual el mejor resultado obtenido con Box Covering (Figura 4a) con el mejor resultado obtenido con Community Detection (Figura 4b) después de combinar sectores hasta obtener un número total de 10.

4.2.2 Red Exnet

En el caso de Exnet, se probaron tamaños de caja de 11, 21, 31 y 41, mientras que con el método de Box Covering, en primer lugar, no se limitó el número máximo de sectores y posteriormente se asignó un valor máximo de 20 sectores. En estos últimos casos, se considerando los mismos tamaños, y se utilizaron las tres formas de calcular el peso. Con el algoritmo de Community Detection se hicieron las mismas pruebas que en Cazucá, con el fin de verificar el funcionamiento correcto del método, y se seleccionó un número máximo de 20 sectores para comparar los resultados con el método de Box Covering.

En esta red, la Modularidad máxima se obtuvo con 45 sectores; sin embargo, para disminuir el número deseado a 20 sectores, la Modularidad continuó siendo muy alta. En este caso, en la Figura 5a se muestra la mejor división lograda con el método de Box Covering, mientras en la Figura 5b se muestra un esquema de los 20 sectores obtenidos finalmente al aplicar el método completo.

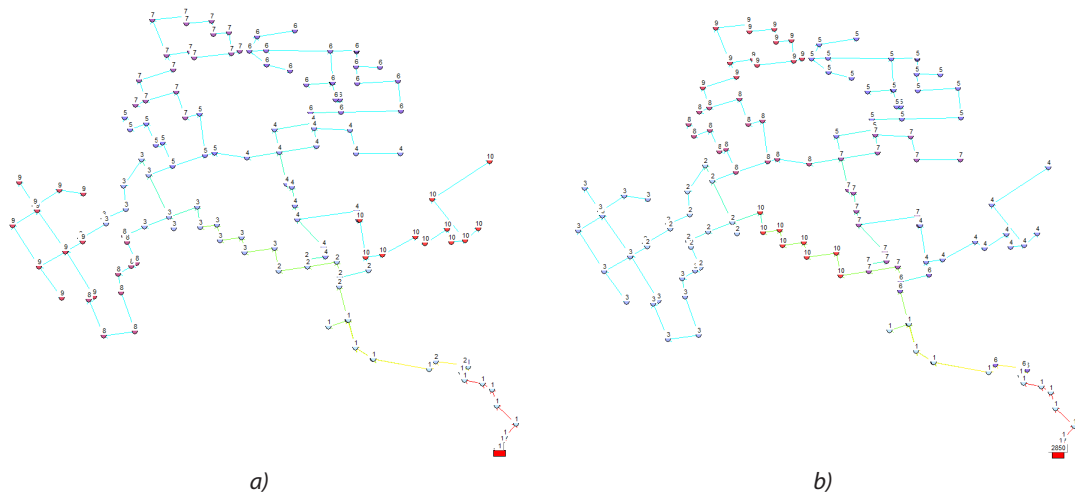


Figura 4. Posibles sectores en Cazucá (10 sectores) para: a) Box Covering con $l_B=3$ y criterio $sumQ$ y b) Community Detection..

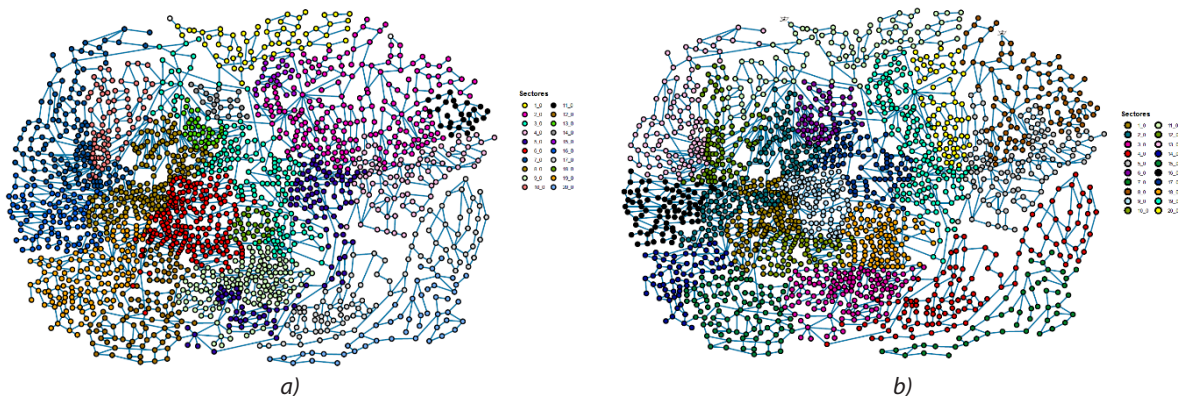


Figura 5. Posibles sectores en Exnet (20 sectores) para: a) Box Covering con $l_B=11$ y criterio $LGH*sumQ$ y b) Community Detection.

4.2.3 Red Santa Marta

Para el caso de Santa Marta, se probaron tamaños de caja de 21, 31 y 41 calculando el peso usando el criterio Topológico, y con número máximo de 15 y 59 sectores con el método de Box Covering con el fin de comparar con los resultados reportados en la Battle of Water Networks District Metered Areas (BWNDMA 2016) (Saldarriaga *et al.*, 2019). De igual forma, para el método de Community Detection se realizaron pruebas con número máximo de sectores de 15, 59 y el de máxima Modularidad.

En este caso, la máxima Modularidad se obtuvo con 91 sectores; sin embargo, para el número de sectores deseado de 15 y 59 sectores esta medida de desempeño continuó siendo muy alta (Figura 6a y Figura 6b respectivamente). En esta red también se obtuvo que entre más alejado se encuentre el número de sectores del número de sectores de la máxima Modularidad (91 en esta red), menor será la Modularidad obtenida con este método.

Por su parte, al comparar los resultados obtenidos mediante el método de Box Covering para tamaños de caja de 21, se evidenció que el resultado obtenido (ver Figura 7a) está compuesto por

el mismo número de sectores que la solución propuesta por Martínez-Solano *et al.* (2018) en la BWNDMA 2016 (ver Figura 7b), la cual se alcanzó mediante la combinación de criterios de ingeniería, heurísticas y el Algoritmo METIS. De esta forma, se valida el potencial del método propuesto para la identificación de sectores hidráulicos en RDAP.

5. DISCUSIÓN DE RESULTADOS

En esta investigación se propuso una metodología para identificar potenciales sectores hidráulicos en una red de distribución de agua potable fundamentado en el conocimiento de la conectividad del sistema y su comportamiento hidráulico, representado mediante la fractalidad del sistema. La metodología propuesta se aplicó en tres redes de distintas complejidades, obteniendo resultados comparables con los disponibles en literatura científica. No obstante, esta investigación se centra únicamente en la identificación de sectores potenciales.

Ahora bien, en la Figura 7 se muestra una comparación entre los resultados obtenidos mediante el algoritmo de Box-Covering utilizando

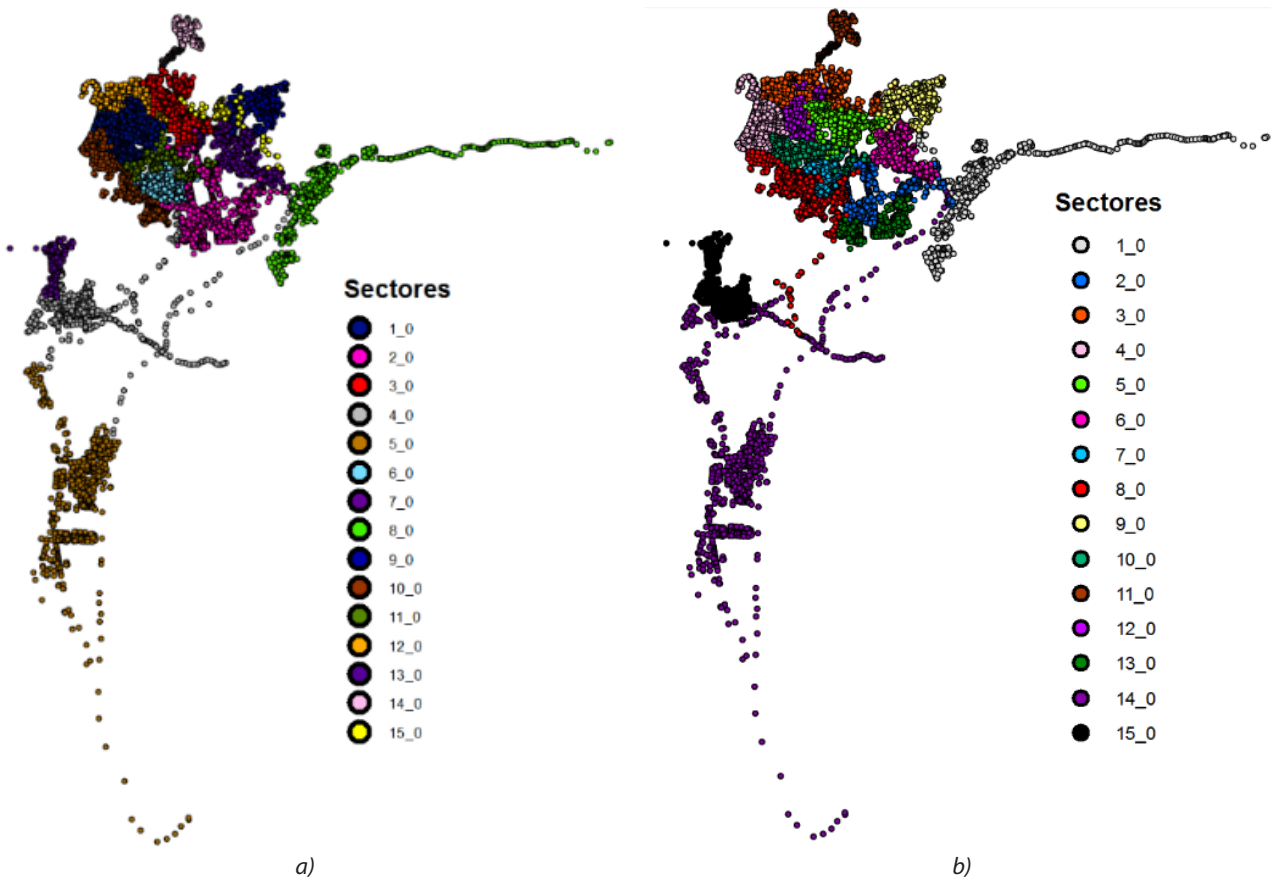


Figura 6. Posibles sectores en Santa Marta (15 sectores) para: a) Box Covering con $I_B=31$ y criterio Topología y b) Community Detection.

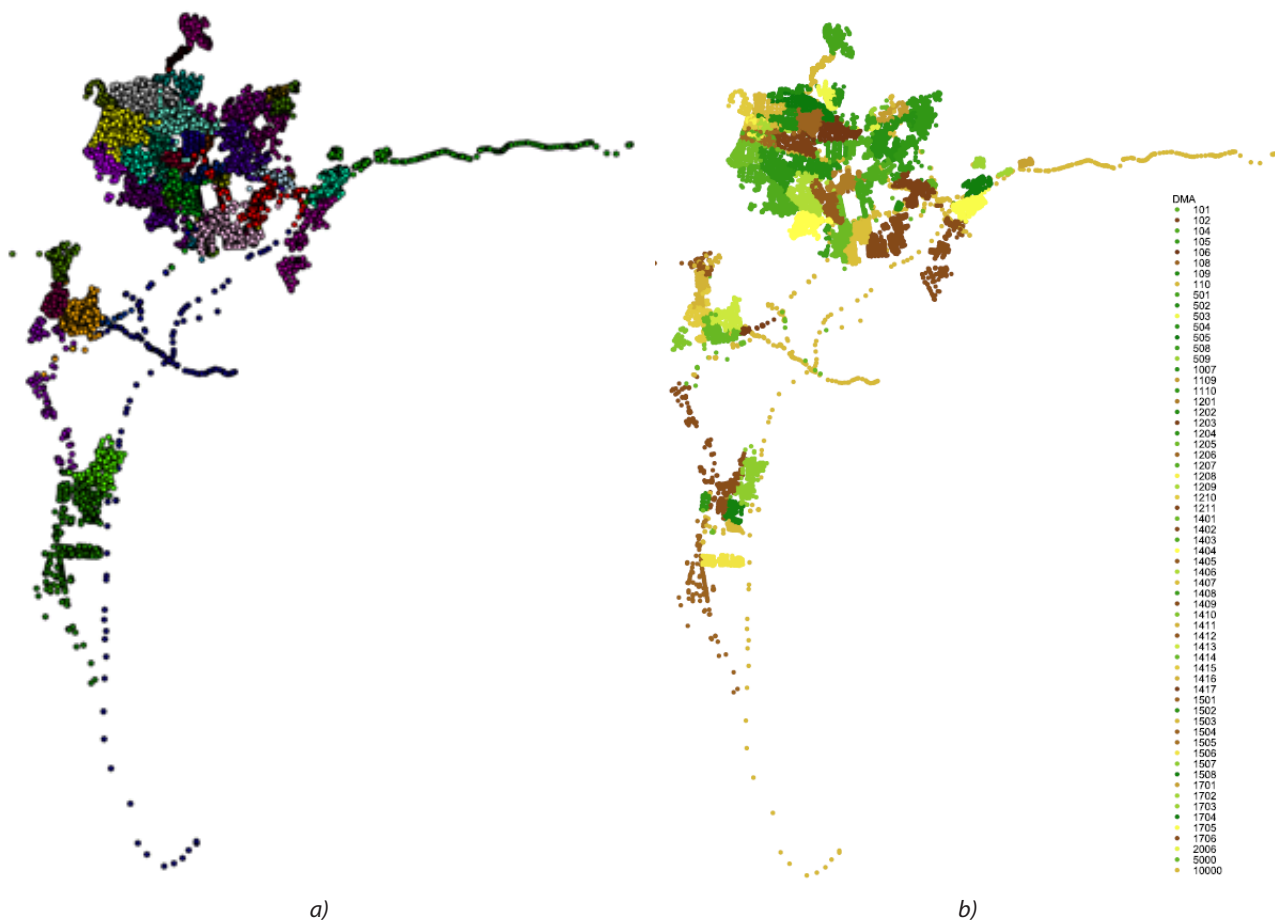


Figura 7. Posibles sectores en Santa Marta (59 sectores) para: a) Box Covering con $I_B=21$ y criterio Topológico y b) Resultados de Martínez et al. en BWNDMA 2016 (Javier Martínez-Solano et al., 2018).

un número de caja de 21 y el criterio topológico, en relación con los resultados de Martínez-Solano et al. (2018), la cual fue la mejor solución presentada en la BWNDMA del 2016. Como se observa, los potenciales sectores identificados son muy similares en ambos casos, aun cuando en el caso de esta investigación se emplea como fundamento la conectividad de la RDAP, mientras Martínez-Solano et al. (2018) utiliza la combinación de criterios de ingeniería con heurísticas.

Este resultado demuestra la factibilidad de implementación del algoritmo propuesto en esta investigación para sistemas de distintas complejidades, involucrando el comportamiento hidráulico del sistema, permitiendo su aplicación también en redes reales, siempre y cuando se cuente con modelos hidráulicos robustos.

En términos operativos, se puede evidenciar que la propuesta de Martínez-Solano et al. (2018) está sujeta al cumplimiento de restricciones tales como la uniformidad de presiones, la similitud en la demanda, el costo de la solución, entre otros establecidos para la participación en el evento científico BWNDMA

del 2016 (Saldarriaga et al., 2019). En este caso, el algoritmo de Box Covering alcanza una distribución y número similar de sectores únicamente basado en el análisis de la fractalidad, y el cumplimiento de restricciones hidráulicas tradicionales tales como el cumplimiento de una presión mínima, evitando también puntos de estancamiento. En este último aspecto es importante mencionar que la presión de servicio es una externalidad que cada sistema debe cumplir de acuerdo a su normatividad vigente, por lo cual no será una limitante para implementar el algoritmo en cualquier sistema. En adición, cuando se sectoriza una red, la capacidad de transporte de agua en las tuberías disminuye. Debido a esto, se debe tener en cuenta, también, que en el diseño de los sectores definitivos se deben considerar las alternativas de rehabilitación de los sectores en cuanto a la capacidad de transporte de los tramos de la red para que las presiones suministradas a los nudos no sean inferiores a las mínimas establecidas por norma.

De igual manera, en esta investigación no se consideraron costos de instalación de medidores y

válvulas, pues el alcance consistió únicamente en la identificación de potenciales sectores hidráulicos de servicio. Aun cuando esto ocurrió, los resultados obtenidos fueron muy similares a los de Martínez-Solano *et al.* (2018), el cual consideró costos de instalación y operativos de acuerdo con las reglas del BWNDMA (Saldarriaga *et al.*, 2019). De esta forma, se demuestra la factibilidad de implementar esta metodología en un sistema tanto teórico como real, pues sin tener un conocimiento de los costos asociados con la instalación de accesorios para sectorizar la red, se puede alcanzar un resultado válido para la identificación preliminar y eficiente de sectores hidráulicos. En una etapa posterior, este resultado se podrá refinar más al considerar los costos en mención.

CONCLUSIONES

La dimensión fractal de las redes siempre tenderá a ser mayor si se calcula teniendo en cuenta el Criterio Topológico únicamente, en comparación con los métodos para el cálculo del peso que involucran criterios hidráulicos tales como SumQ y LGH*SumQ. Asimismo, se observó que la gran mayoría de redes de distribución de agua potable tienen características fractales de acuerdo con el criterio del propuesto por Diao *et al.* (2014) it is usually difficult to identify the key features of the properties of the system, and subsequently all the critical components within the system for a given purpose of design or control. One way is, however, to more explicitly visualize the network structure and interactions between components by dividing a WDS into a number of clusters (subsystems).

En relación con la identificación de sectores potenciales, se evidenció que, para ninguna de las redes estudiadas, ni para las pruebas que se hicieron, fue posible conseguir una división con Box Covering que superara la modularidad de la máxima obtenida con Community Detection. De esta forma, se evidenció que no parece haber ninguna ventaja clara entre usar diferentes criterios para calcular el peso de las uniones en el método de Box Covering para identificar sectores. Por su parte, la combinación de sectores utilizando los mismos principios del método de Community Detection probó ser una solución efectiva para obtener el número de sectores deseado utilizando cualquiera de los dos métodos estudiados, obteniendo modularidades relativamente altas.

La metodología propuesta podría ser una alternativa viable para identificar posibles sectores hidráulicos en RDAPs grandes y complejas si el único criterio es la modularidad de la división. Al comparar los

resultados obtenidos usando la metodología propuesta respecto a otras aproximaciones enfocadas a la sectorización de RDAP se evidencia que se obtienen resultados comparables de manera eficiente. Debido a esto, se evidencia la factibilidad para implementar la metodología en sistemas teóricos y reales.

Finalmente, la metodología propuesta es utilizada para la identificación de sectores potenciales, como una etapa previa a la sectorización, en donde sí deben ser considerados costos de instalación de accesorios, así como evaluar criterios operativos al detalle. Sin embargo, a partir de los resultados obtenidos se puede evidenciar el cumplimiento de restricciones operativas mínimas que pueden dar lugar a una primera aproximación al problema de sectorización.

REFERENCIAS

Diao, K. *et al.* - Clustering analysis of water distribution systems: Identifying critical components and community impacts. *Water Science and Technology*. ISSN 02731223. 2014). doi: 10.2166/wst.2014.268.

Diao, Kegong; BUTLER, David; ULANICKY, Bogumil - Fractality in Water Distribution Networks. Em *CCWI 2017 - Computing and Control for the Water Industry*

Farmani, R.; Savic, D. A.; Walters, G. A. - Evolutionary multi-objective optimization in water distribution network design. *Engineering Optimization*. ISSN 0305215X. 2005). doi: 10.1080/03052150512331303436.

Gilbert, Denis *et al.* - Iterative Multistage Method for a Large Water Network Sectorization into DMAs under Multiple Design Objectives. *Journal of Water Resources Planning and Management*. ISSN 0733-9496. 2017). doi: 10.1061/(asce)wr.1943-5452.0000835.

Javier Martínez-Solano, F. *et al.* - Combining Skeletonization, Setpoint Curves, and Heuristic Algorithms to Define District Metering Areas in the Battle of Water Networks District Metering Areas. *Journal of Water Resources Planning and Management*. ISSN 0733-9496. 2018). doi: 10.1061/(asce)wr.1943-5452.0000938.

Laucelli, Daniele B. *et al.* - Optimal Design of District Metering Areas. Em *Procedia Engineering*

Liu, Jun; Han, Rui - Spectral Clustering and Multicriteria Decision for Design of District Metered Areas. *Journal of Water Resources Planning and Management*. ISSN 0733-9496. 2018). doi: 10.1061/(asce)wr.1943-5452.0000916.

Mandelbrot, Benoit B. - Fractals and the Geometry of Nature. *American Journal of Physics*. ISSN 0002-9505. 1983). doi: 10.1119/1.13295.

Newman, M. E. J.; Girvan, M. - Finding and evaluating community structure in networks. *Physical Review E - Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics*. ISSN 1063651X. 2004). doi: 10.1103/PhysRevE.69.026113.

Saldarriaga, Juan et al. - Battle of the Water Networks District Metered Areas. *Journal of Water Resources Planning and Management*. ISSN 0733-9496. 2019). doi: 10.1061/(asce)wr.1943-5452.0001035.

Song, Chaoming et al. - How to calculate the fractal dimension of a complex network: The box covering algorithm. *Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment*. ISSN 17425468. 2007). doi: 10.1088/1742-5468/2007/03/P03006.

Walski, T.; Kaufman, D.; Malos, W. - Establishing a system submetering project. Em *American Water Works Association 2001 Conference, AWWA*. Denver : [s.n.]

Zhu, Z. et al. - Scalable Community Discovery of Large Networks. Em *The Ninth International Conference on Web-Age Information Management*